De la combinatoire algébrique à la phénoménologie.

Frédéric Patras

Laboratoire J.-A. Dieudonné, CNRS et Université de Nice.

L'exercice de concilier travail mathématique et travail philosophique est difficile et périlleux. Fréquent aux débuts de l'époque moderne, il est devenu au XXe siècle un exercice réservé à quelques grandes figures des mathématiques – souvent, d'ailleurs, les plus originales et créatrices : Poincaré, Gödel, Weyl, Grothendieck, pour ne citer que les plus emblématiques de cette conception ouverte et exigeante de l'exercice de la pensée et du rôle de l'homme de science[1]. Gian-Carlo Rota, auquel ce texte est consacré, a su en accomplir le programme intellectuel et l'ambition humaniste, allant jusqu'à demander à enseigner à la fois mathématiques et philosophie au Massachusetts Institute of Technology.

L'objet de cet article sera toutefois moins telle ou telle question de nature plutôt historique quant à son œuvre que l'idée qui lui est sous-jacente de conciliation, de communion possible entre mathématiques et philosophie. L'entreprise n'est pas nouvelle : plusieurs articles et ouvrages s'y sont déjà attachés[2], et très

[1] Sur l'esprit des mathématiques du XXe siècle, on pourra consulter PATRAS, 2001.

[2] Outre les travaux de F. Palombi et en particulier PALOMBI, 2003, la pensée philosophique de Rota, indissociable de son travail mathématique, a fait notamment l'objet d'études par

récemment, Sébastien Gandon a dédié un bel article[3] à l'idée d'une complémentarité structurelle entre la création par Rota de la combinatoire algébrique moderne au travers de la notion d'inversion de Möbius comme paradigme méthodologique, et les références, dans son travail philosophique, à la notion husserlienne de *Fundierung*[4].

Le cheminement entrepris ici reconnaît volontiers sa dette envers tous ces travaux, dont il ne vise aucunement à remettre en cause les thèses et conclusions. Pour autant, s'autorisant du caractère plus programmatique qu'accompli en un corps de doctrine de la philosophie de Rota[5], ses visées leur seront complémentaires à la fois en termes de contenu et de méthode. Quelques précisions quant à la méthode retenue ne seront d'ailleurs sans doute pas superflues afin d'éviter toute ambiguïté. En mathématiques[6] et philosophie[7], l'auteur

---

Francesca Bonicalzi, Carlo Cellucci, Albino Lanciani, Claudio Majolino, Massimo Mugnai et Fabrizio Palombi dans LANCIANI, 2009.

[3] GANDON, 2015.

[4] Comme Gödel et Weyl avant lui, il avait en effet choisi de mettre sa réflexion philosophique sous le patronage de Husserl : on essaiera de comprendre, au travers de son exemple, en quoi la phénoménologie est un langage adéquat pour parler des mathématiques quand bien même on n'adhérerait que partiellement à ses thèses directrices et à sa méthodologie *stricto sensu*.

[5] Les commentateurs s'accordent à le reconnaître. Pour autant, en dépit de ses lacunes :"Rota's philosophical work, even though naive for some aspects, contains very interesting considerations and, compared to the more recent developments in philosophy and logic, some 'prophetic' insights. Clearly, Rota was not a professionally trained philosopher but, as one may learn from the history of science and from the history of culture in general, self-taught persons sometimes look at a given discipline from an unusual point of view, thus contributing to its development with important discoveries or, at least, recognizing problems and questions which otherwise would escape the attention of a well-trained specialist of the field". MUGNAI, 2009, p. 241.

[6] Les mathématiques dont il s'agit sont typiquement l'algèbre combinatoire et ses applications, en particulier avec les algèbres de Hopf combinatoires et la combinatoire des théories probabilistes. Ce sont celles de Rota, soit qu'il en ait fondé le domaine et défini les notions fondamentales (comme pour les algèbres de Hopf combinatoires, l'inversion de Möbius... : JONI, 1979 ; ROTA, 1964), soit qu'il y ait contribué de manière décisive (algèbres de Baxter et formule de Spitzer, rôle de l'ensemble partiellement ordonné des partitions en calcul stochastique…: ROTA, 1969 ; ROTA, 1997).

de cet article a marché (le plus souvent involontairement d'ailleurs) sur les pas de Rota, entre combinatoire algébrique et phénoménologie. S'autorisant de cette proximité de culture mathématique et philosophique et d'expérience dans l'exercice de la recherche mathématique, le texte qui suit, plutôt que de s'en tenir à commenter l'œuvre de Rota et le caractère lacunaire, allusif et très programmatique de ses écrits, les interprétera et cherchera à les développer systématiquement. Plutôt que d'être fidèle à la lettre de sa pensée, il cherchera donc à l'être à sa dynamique et à son ancrage dans un projet intellectuel global où la volonté de théoriser la pratique mathématique et la familiarité avec ses concepts l'emportent très délibérément sur la volonté de se conformer à telle ou telle école philosophique[8].

Une difficulté de principe.

La thèse d'une complémentarité entre travail mathématique et réflexion philosophique, si elle s'impose avec évidence chez certains auteurs, de Descartes et Leibnitz jusqu'à Rota, ne va pas pourtant sans poser une difficulté de principe. Chez Descartes, en qui l'union des deux composantes semble parfaite et inégalable, la mathématique est de toute évidence une. Elle se décline bien sûr en problèmes et domaines d'objets, mais le cartésianisme réussira à les unifier avec la méthode des coordonnées et la reconduction de la géométrie à l'algèbre. À l'époque moderne, l'unité des mathématiques est à tout le

---

[7] Voir par exemple BOI, 2007; PATRAS, 2016.

[8] La limite de l'exercice est évidente, et concerne surtout les « Rota scholars » : il faudra se garder d'attribuer les thèses soutenues telles quelles à Rota.

mieux un programme, une thèse, dont la réalisation, entreprise par à coups, est problématique et sans cesse contrecarrée par la tendance centrifuge du corpus à exploser qualitativement et quantitativement, à se fragmenter en autant de territoires et champs de compétences restreintes. Cette fragmentation se retrouve-t-elle et doit-elle se retrouver en philosophie des mathématiques ?

Avec Rota, le problème se pose avec une acuité particulière dans la mesure où il est, en mathématiques, le créateur et le champion d'une thématique de recherche – la combinatoire algébrique– dont il a cherché à défendre la légitimité et la spécificité [9]. Ce phénomène a été bien analysé par S. Gandon (GANDON, 2014) qui a montré comment la forme disciplinaire de l'idée husserlienne de *Fundierung*[10], sur laquelle nous reviendrons, est illustrée par la revendication par Rota de l'inversion de Möbius[11] comme une idée suffisamment inhomogène à celles de la combinatoire énumérative classique et, a fortiori, de la théorie des ensembles pour prétendre fonder un champ théorique nouveau et irréductible. Dans un autre moment de l'analyse,

---

[9] "There has been an explosive growth in combinatorics in recent years […]. One reason has been the prodigious effort, inaugurated by G.-C. Rota around 1964,to bring coherence and unity to the discipline of combinatorics, particularly enumeration, and to incorporate it into the mainstream of contemporary mathematics". STANLEY, 1997.

[10] "Most of the time, Husserl's analyses are taken as the starting points of considerations and developments which were peculiar to Rota. This is precisely the case with Rota's discussion of Fundierung ». GANDON, 2014.

"According to Rota, Fundierung is a primitive relation which usually expresses the link subsisting between a given function and the 'support' or the conditions on which the function itself is grounded (i.e. facticity). Interpreting the Fregean notion of sense as a function, Rota argues that sense and facticity would be much more pregnant and rich notions than sense and denotation to give rise to a coherent semantics: they would "be formalized much better than sense and denotation". MUGNAI, 2009, p. 246.

[11] Dans les algèbres d'incidence d'ensembles partiellement ordonnés, nous y reviendrons en détail plus loin.

Gandon oppose, en suivant Rota, deux types de mathématicien : les théoriciens et les « problem solvers ».

> "Mathematicians can be subdivided into two types: problem solvers and theorizers. ... To the problem solver, the supreme achievement in mathematics is the solution to a problem that had been given up as hopeless. It matters little that the solution may be clumsy; all that counts is that it should be the first and that the proof be correct […].
>
> To the theorizer, the supreme achievement of mathematics is a theory that sheds sudden light on some incomprehensible phenomenon. Success in mathematics does not lie in solving problems but in their trivialization." ROTA, 2008.

Rota appartient évidemment majoritairement à la famille des théoriciens, et son œuvre à eu pour ambition de donner à la combinatoire la dignité de discipline théorique qui lui a longtemps été refusée, la combinatoire étant traditionnellement assez peu structurelle et plutôt un des domaines privilégiés des « problems solvers » [12].

Dans ces deux perspectives (*Fundierung* abordée du point de vue de l'architecture des théories ; styles mathématiques), toutes deux liées à l'idée même de théories mathématiques et de champs disciplinaires, il semble bien que l'analyse philosophique proprement dite pourrait être conduite en toute généralité : il y aurait un certain nombre de phénomènes généraux en mathématiques que la combinatoire (bijective ou algébrique) permettrait d'illustrer et pourrait contribuer par là-même à éclairer, mais sans qu'il y ait jamais à proprement parler là de philosophie spécifique à la combinatoire

[12] "I have been trying to counter the suggestion that the subject of combinatorics has very little structure and consists of nothing but a large number of problems.
While the structure is less obvious than it is in many other subjects, it is there in the form of somewhat vague general statements that allow proofs to be condensed in the mind, and therefore more easily memorized and more easily transmitted to others". GOWERS, 2000, p. 74.

Cette dernière est bien omniprésente dans l'œuvre de Rota, mais, au-delà des composantes dont il vient d'être question, on peut penser que son influence profonde se joue en fin de compte à un autre moment de la réflexion qu'au sein de ses thèses philosophiques. Il y va bien là d'une difficulté de principe de la philosophie mathématique, qui a des moments différents. Ceux de l'universel, du fonctionnement de la pensée, de thèmes comme la beauté, l'élégance, de la notion de preuve. Sa partie métaphysique – au sens de celle qui s'intéresse aux lois pures et organiques de la pensée. Ces moments-là sont transverses aux aspects disciplinaires, à l'éclatement du corpus. Et des moments thématiques, où l'attention se porte sur des domaines d'objets, des méthodes, des techniques – sa partie pratique qui, elle, s'enracine dans la concrétude des points de vue, des intérêts spécifiques à telle ou telle théorie.

Il semble important, pour comprendre Rota du point de vue de la philosophie, d'avoir ces distinctions bien présentes à l'esprit. Son œuvre philosophique publiée, celle qui fait référence à Husserl, pointe majoritairement en direction de l'universel. Mais Rota effectue également parfois un travail philosophique dans le contexte mathématique – travail philosophique non thématisé en tant que tel, souvent dans les textes mathématiques mêmes – et alors, tout en œuvrant à l'édification d'une pensée combinatoire et en réfléchissant à ses ressorts, tout en s'exprimant en tant que mathématicien, il contribue selon des modalités différentes à la philosophie mathématique.

Le même phénomène se retrouve dans l'œuvre de Grothendieck[13], quoique sous des formes différentes, et avec une prétention philosophique moins marquée (Grothendieck s'exprime en nom propre et ne revendique jamais de paternité intellectuelle chez les philosophes – au plus évoque-t-il l'influence qu'ont eu sur lui des penseurs orientaux et certains mystiques). Chez lui aussi, la réflexion sur les mathématiques (méthode, beauté, sociologie,…), pour être alimenté par une pratique atypique et profondément originale, est en fin de compte très générale – au moins dans ses moments les plus authentiques et intéressants –, et est assez peu connectée aux domaines d'objets qu'il a fréquenté en mathématicien. Les images les plus connues de sa réflexion sont universelles : ainsi de la marée montante qui enveloppe et dissout les corps au terme d'une lente érosion, à l'instar de la pensée du mathématicien qui laisse œuvrer le temps et lui révéler progressivement la solution d'un problème, ses structures immanentes, plutôt que de l'attaquer frontalement[14]. Pour autant, il y a bien une philosophie des contenus (de l'arithmétique, de la géométrie, de la théorie des catégories…), mais qui émerge plutôt de l'œuvre mathématique même, et de ses relectures successives (par l'école de géométrie arithmétique animée par ses élèves, puis, à une époque plus récente, par certains logiciens, théoriciens des catégories supérieures, topologues…).

[13] En particulier GROTHENDIECK, 1985.
[14] Sur la pensée épistémologique de Grothendieck on consultera PATRAS, 2001, Chap. VII.

Ces considérations peuvent sembler absconses, on les comprendra mieux en termes d'enjeux proprement philosophiques. La limite évidente des thèses épistémologiques de Rota est leur faible ancrage dans des théories philosophiques. Il se réclame de Husserl[15], cite Heidegger ou Wittgenstein, mais, avec tout le respect dû à un penseur de sa stature, ses indications sont lacunaires, fragmentaires, insatisfaisantes. Il le sait et le dit : elles ne sont là qu'à titre de motivations, d'indications, de ponts lancés vers la philosophie et auxquels il arrime sa réflexion. On ne retrouve pas ces restrictions et limites dans l'œuvre de Rota lorsqu'il fait œuvre de philosophie mathématique pratique : c'est qu'alors le discours est directement porté par les contenus mathématiques, l'expérience du travail quotidien et les idées et attentes de la communauté des mathématiciens.

Une philosophie des mathématiques intermédiaire entre la réflexion générale sur les processus de pensée et autres phénomènes universels et la thématisation de phénomènes et pratiques disciplinaires est-elle pour autant impossible ? On essaiera de montrer, en s'écartant des thèses de Rota mais en s'inspirant de son œuvre mathématique, que non, quoiqu'aux termes d'une approche et de méthodes encore largement à inventer.

---

[15] "Rota gives an oversimplified account of phenomenology, centering it on the interplay of few notions as Fundierung, function, eidetic variation and facticity: the complexity of Husserl's philosophy is evoked all the time in *The End of Objectivity*, but not a serious attempt is made to develop an authentic phenomenological inquiry". MUGNAI, 2009.

Rota philosophe : le réductionnisme

Pour ce qui est de la philosophie de Rota, on suivra ici assez fidèlement les analyses de Albino Lanciani[16] selon lesquelles les contributions philosophiques de Rota se déploient selon trois axes principaux : l'idée de *Fundierung*[17] ; les rapports très durs et polémiques avec la philosophie analytique ; la question enfin, très générale et qui englobe en partie les autres, des liens entre phénoménologie et mathématiques.

Les rapports tendus de Rota avec la philosophie analytique[18] posent des problèmes très intéressants, qui vont au-delà des contenus théoriques – l'histoire de la philosophie au XXe siècle, son développement au États-Unis, ses aspects institutionnels et académiques. On les laissera ici pour l'essentiel de côté, en remarquant simplement que lorsqu'il s'agit de parler de contenus mathématiques concrets (ceux qui se manifestent dans le travail mathématique, à l'exception peut-être de certains aspects linguistiques

---

[16] LANCIANI, 2005.

[17] *"Fundierung* : a phenomenological theme espoused by Husserl, which Rota characterized as ranking among Husserl's greatest logical discoveries, and on which Rota focused his attention from the first of his philosophical writings. In Husserl, *Fundierung* is translated as "foundation"; Rota describes it as "layering, letting, and founding"".
"Rota uses *Fundierung* as an instrument to open up a phenomenological way capable of overcoming the classical alternative between empiricism and rationalism that not only conditions philosophical tradition but, in particular, represents an aporetic obstacle for a comprehension of the nature of mathematical entities." PALOMBI, 2011, p. 11

[18] "There is no doubt that Rota's idea of analytic philosophy is neither historical nor philological. There is certainly a distinction to be made between those thinkers who are currently considered as analytical philosophers and those who claim the existence, the virtues and even the intellectual superiority of such a thing as "analytic philosophy". While Rota may pay a great deal of respect to some of the former, he attempts to dismantle in a quite devastating way the practices and the presuppositions of the latter." LANCIANI, 2009, p. 230

et logiques) la tradition analytique a très peu à dire – ou en tout cas a su dire très peu à l'époque où Rota s'opposait à elle frontalement. Une thématique essentielle émerge pourtant de cette opposition : celle du réductionnisme, thème récurrent dans l'œuvre de Rota.

Plusieurs usages se juxtaposent, chez lui, de la notion de réduction[19]. Le plus général est celui d'une reconduction de la complexité au simple qui, sous les apparences de la cohérence logique et intellectuelle, dissout de fait ce qui fait l'intérêt et la spécificité de la complexité. Reconduire la pensée au langage, puis à la grammaire et à la syntaxe, ne permettra en particulier jamais de penser ce qui est le plus digne d'être pensé : les grandes questions métaphysiques, morales, scientifiques. On sous-estimerait beaucoup Rota et ceux qui, avec lui, dénoncent les illusions de l'analyse logique, à occulter la dimension éthique de leur engagement : l'indignation, au sens le plus noble du mot, qui le sous-tend. La violence des attaques portées par Rota[20] est à comprendre à cette aune : celle d'un humaniste, d'un scientifique qui saisit le bruissement du sens dans telle ou telle notion ou théorie mathématique, et sent bien que toute volonté de le reconduire à des constituants élémentaires (logique, syntaxe, grammaire, théorie des ensembles) en trahit l'essence.

---

[19] « Rota identifies neopositivism and analytical philosophy and attributes to both a strong reductionistic attitude. 'Reductionism' and 'objectivism' are two words that recur very often in Rota's philosophical writings, but the conceptual content that they express is not clearly defined". MUGNAI, 2009, p 242.

[20] ROTA, 2005 b.

La dénonciation est ferme, claire, et la revendication théorique sous-jacente sans ambiguïté : « le mythe du cerveau en tant que machine […] est certainement inadéquat pour décrire le travail mathématique, et tout travail sérieux. L'erreur fondamentale est l'approche réductionniste. Le *processus* de l'esprit, qui peut intéresser le médecin ou le physiologiste, est confondu avec le *progrès* de la pensée nécessaire pour résoudre un vrai problème »[21]. Et Rota d'insister tout particulièrement sur l'historicité de la pensée.

Pour autant, l'indignation ne suffit part à étayer une thèse philosophique et, si l'on s'en tient aux mathématiques les plus emblématiques de Rota – la théorie des ensembles partiellement ordonnés, ou celle des algèbres de Hopf combinatoires, par exemple –, il n'est en fin de compte pas si facile de soutenir *techniquement* qu'elles sont inhomogènes et ne se réduisent pas à la théorie des ensembles[22].

Considérons l'exemple classique et prototypique de l'inversion de Möbius. Étant donné un ensemble partiellement ordonné E, l'idée directrice de la théorie est d'introduire l'algèbre de convolution des fonctions (ou algèbre d'incidence) sur l'ensemble

$$F \coloneqq \{(x, y) \in E \times E, x \leq y\},$$

le produit de convolution étant défini, pour f et g dans F par :

[21] ROTA, 2005 b.

[22] On renvoie ici à GANDON, 2015, qui analyse bien la corrélation entre l'anti-réductionnisme de Rota et l'idée d'une inhomogénéité de la « nouvelle théorie combinatoire » qui naît avec lui d'avec des théories plus fondamentales comme la théorie des ensembles.

$$f * g\ (x, y) \coloneqq \sum_{x \leq z \leq y} f(x, z) g(z, y).$$

Le problème de l'inversion de Möbius consiste alors typiquement, à partir d'une équation $h(x) = \sum_{y \leq x} k(y)$ reliant deux fonctions définies sur *E*, à inverser la relation de dépendance et à calculer k à partir de h, ce qui, sous des hypothèses assez faibles sur *E*, se ramène à des calculs dans l'algèbre d'incidence. Les calculs avec la fonction de Möbius en arithmétique élémentaire, et ceux d'inclusion/exclusion d'ensembles trouvent dans ce formalisme un cadre unificateur[23].

Plus généralement, l'étude de propriétés assez élémentaires de cette algèbre de fonctions suffit à donner la clé de nombreux problèmes d'énumération. Soit. L'introduction de ces idées marquerait en outre un tournant épochal dans l'histoire de la combinatoire du fait d'une inhomogénéité de la nouvelle théorie combinatoire, édifiée sur ce socle, au regard des méthodes énumératives ensemblistes antérieures. Soit, mais sur quels critères cognitifs fonder cette thèse ? En termes techniques, la méthode est extrêmement élémentaire et ne requiert à peu près aucune connaissance mathématique au-delà de la théorie la

[23] "The theory of the Möbius function arose as a generalization of the classical inclusion/exclusion principle in probability theory, according to which the probability of the combination of certain events can be calculated as the alternating sum of the probabilities of the intersections of these events. Actually, the Mobius inversion formula for a partially ordered set in the special case of the lattice of subsets of a certain set is equivalent to the inclusion/exclusion principle. The close analogy of the lattice of subsets of a certain set with the lattice of subspaces of a vector space and, more generally, with geometric lattices shows that this inversion formula is an important instrument of algebraic combinatorics". (BARNABEI, 1986). On consultera aussi l'article original : ROTA, 1964.

plus simple et commune des ensembles. Elle ne se prête donc guère à de telles conclusions : à ce jeu, toute théorie, toute idée, en mathématiques, serait inhomogène aux autres et susceptible d'être interprétée par son auteur comme profondément originale.

La thèse fait toutefois immédiatement sens à tout mathématicien qui connaît un tant soit peu l'histoire et la pratique de la combinatoire et, de fait, les travaux de Rota sur l'inversion de Möbius ont marqué un tournant unanimement reconnu. Mais défendre à travers une analyse naïve du réductionnisme la thèse d'une inhomogénéité (non thématisée et simplement affirmée) entre combinatoire algébrique et théorie des ensembles ne suffit pas à rendre compte de sa pertinence.

Essayons donc de la comprendre ici avec les outils de la phénoménologie, en développant certaines indications données par Rota lui-même[24] : pour être fragmentaires, celles-ci indiquent bien des directions de recherche qui méritent d'être développées systématiquement. Plusieurs angles d'attaque seraient ici possibles, on retiendra celui de l'ustensilité[25] :

---

[24] En particulier en référence à Heidegger : voir « Heidegger » ; « Trois sens du discours chez Heidegger » in ROTA, 2005.

[25] Dans *Être et temps,* Heidegger fonde largement le commerce du monde sur son usage. Lorsque je vois une pièce d'habitation, je ne vois pas une configuration de murs formés eux-mêmes de molécules, je vois d'abord un espace proprice à l'habitation, à la vie, je vois une pièce-pour-habiter (on passera outre ici les problèmes de traductions en utilisant assez librement les mots « outil », « ustensile »… et en évitant en dehors des citations les néologismes comme « l'util »). « Les Grecs avaient pour les « choses » un terme très juste : les *pragmata*, c'est-à-dire ce à quoi on a affaire dans le commerce qu'instaure la *praxis.* Mais, du point de vue ontologique ils en laissaient justement dans l'ombre le caractère spécifiquement pragmatique et les déterminaient d'emblée comme de pures et simples choses. » HEIDEGGER, 1964, [68]. La détermination du genre d'Être correspondant conduit à donner à l'ustensilité le statut de concept phénoménologique fondamental.

« Un artisan, un scientifique, un homme ordinaire, considèrent les objets de son activité quotidienne comme des *ustensiles*. Le caractère essentiel d'un ustensile est d'offrir à celui qui l'utilise une fiable garantie d'identité. Ce n'est que quand l'ustensile est en panne ou quand il devient problématique d'une autre manière que la contingence de tout « ustensilité » se révèle à l'usager comme une sorte de fissure sur un mur blanc[26]. Dans de tels moments de crise, celui qui utilise l'ustensile est obligé de s'engager dans la recherche des origines, des motivations perdues, des mécanismes oubliés qu'au fil du temps on a pris comme allant de soi, tout comme le ferait un mécanicien dans son travail quotidien ».[27]

De fait, l'analyse phénoménologique de l'ustensilité est l'une des composantes les plus frappantes de l'application de la méthode phénoménologique à l'étude de la structuration noético-noématique de la « vie courante ». L'analyse classique de l'outil renvoie au problème de la constitution intentionnelle[28] de l'objet. Selon un point de vue réductionniste, il n'y a pas de problème philosophique de l'objet[29] :

[26] Le passage, assez intrigant, se comprend plus aisément en sachant que Rota reprend ici un moment clé de l'analyse heidégerienne de l'ustensilité. Le caractère d'ustensile des objets environnants (d'objets-faits-pour-être-utilisés) passe le plus souvent inaperçu, mais se dévoile lorsqu'ils ne fonctionnent plus comme tels. Une pièce dont le plafond s'est effondré n'est plus une pièce à vivre. « L' « en-soi » particulier et allant de soi des « choses » qui sont sous la main se rencontre à l'usage qu'en fait la préoccupation qui, ce faisant, n'y prête pas expressément attention mais qui peut se heurter à ce qui ne marche pas. Quand un util est impossible à employer il se passe ceci : le renvoi constitutif du fait-pour à une destination est dérangé […] Or quand un *renvoi est dérangé*, quand devient impossible l'emploi à…, le renvoi devient explicite. »HEIDEGGER, 1964, [74-75]

[27] ROTA, 2005, p118.

[28] On se permet d'utiliser ici un langage peut-être plus husserlien qu'heidegérien.

[29] Sur la notion d'objet chez Rota, on renvoie à CELLUCCI, 2009.

celui ci est simplement un donné matériel, spatio-temporel. L'analyse intentionnelle révèle qu'il en va de fait tout autrement : ce que nous appelons objet n'est jamais cette chose là-devant, mais une entité que notre regard et notre pensée constituent progressivement, au cours d'élaborations successives, que ce soit au travers du regard ou de processus plus complexes qui renvoient à tout notre passé de constitutions de domaines d'objets[30].

L'ustensilité est une composante emblématique de cette analyse : un marteau, une table ne sont jamais des « choses simplement là », ne sont jamais réductibles à la matérialité de leur existence spatio-temporelle. Dès que notre regard et notre conscience les appréhendent, ils se constituent comme objets pour un usage possible, et en référence à notre expérience passée. Cette constitution intentionnelle de l'outil est d'ailleurs toujours en partie individuelle, dès lors qu'elle s'ancre dans un passé de vécus de conscience.

Qu'en est-il des objets mathématiques ? Il y va bien évidemment dès le départ d'objets en un sens différent. Leur statut est d'emblée théorique, quel que soit le point de vue adopté – fût-il logique. Ceci dit, la réduction spatio-temporelle a bien des analogues dans ce contexte, dont le plus commun est la tentation de tout reconduire à la

[30] Ce problème de constitution est très lié à la logique génétique –la voie d'analyse que privilégie Rota*:* « Les deux branches de l'alternative, nécessité et contingence, loin de constituer un paradoxe indépassable dans la « constitution de l'objet » se révèlent ainsi comme les trames complémentaires du tissu propre à toute tâche organisée. La logique génétique est l'étude formelle d'une telle structure dialectique. Appliquée aux sciences humaines, la logique génétique est essentiellement la logique de la formation du concept, qui s'oppose à l'acceptation non critique des notions de la vie quotidienne à titre de concepts structurels. » ROTA, 2005, p. 118.

théorie plus ou moins élémentaire des ensembles. Un objet mathématique est alors décrit, en règle générale, comme élément d'un ensemble constitué au travers de procédés axiomatiques assez simples et bien compris. Et la théorie des ensembles partiellement ordonnés s'y prête particulièrement bien !

Cette réduction-là est tout à fait légitime et, comme cela a déjà été dit, on peut douter que la thèse soit tenable selon laquelle une quelconque inhomogénéité de la combinatoire des ensembles partiellement ordonnés avec les méthodes ensemblistes classiques pourrait se manifester à ce niveau-là. Tout change lorsqu'on passe au point de vue de l'ustensilité : la connaissance du fait qu'il est possible et naturel de chercher à résoudre tel ou tel problème d'énumération en calculant dans l'algèbre de convolution des fonctions à deux variables sur un ensemble partiellement ordonné modifie profondément notre entente même de ce problème. Ce qui importe dans un marteau n'est pas qu'il soit constitué de bois et de métal mais qu'il soit l'outil dont j'ai besoin pour planter un clou (ce sur quoi sa constitution chimique ne dit rien), et il en va bien de façon analogue pour les algèbres de convolution : ce n'est pas la structure logique d'une théorie mathématique qui en fonde la portée et la signification, mais bien les structures intentionnelles sous-jacentes à son usage.

Le réductionnisme ensembliste occulte cette dimension intentionnelle et ce « savoir-faire artisanal » propre à la pratique effective des mathématiques, qui fait qu'un objet, une méthode mathématique, est toujours habitée par l'histoire de ses instanciations – que ce soit sur un mode collectif, au travers du passé des mathématiques, ou sur un mode individuel, chacun étant susceptible de mobiliser tel ou tel outil en fonction de ses expériences passées.

L'idée de table ne se réduit pas à une liste de matériaux et un schéma de construction et de montage : elle aura d'ailleurs un sens différent dans telle ou telle culture. En mathématiques, il en va de même, et toute découverte d'un usage nouveau et inattendu d'un concept, d'une méthode, est à chaque fois considérée comme une avancée importante – quand bien même cet usage ne résoudrait pas d'emblée un problème en suspend[31].

Dans le domaine qui nous intéresse ici, la combinatoire algébrique dans la tradition de Rota (également connu pour des contributions importantes à la théorie combinatoire des probabilités), un exemple caractéristique de ces phénomènes est donné par l'utilisation récente des algèbres de convolution associées à des ensembles partiellement ordonnés dans les calculs de cumulants en probabilités non commutatives. La notion probabiliste de cumulant généralise un phénomène bien connu pour les variables aléatoires gaussiennes centrées (et le mouvement Brownien), que l'on peut caractériser par leur variance (les moments d'ordre supérieur et toute leur distribution s'en déduisant) – algébriquement, cette propriété équivaut à la nullité

[31] L'ouvrage autobiographique et de vulgarisation FRENKEL, 2015, illustre bien ces phénomènes au travers de l'un des programmes de recherche les plus ambitieux des 50 dernières années : le programme de Langlands, pont entre l'algèbre, l'arithmétique et la géométrie.

de tous leurs cumulant à l'exception de celui d'ordre deux. On savait bien, depuis Rota, le rôle de l'ensemble ordonné des partitions ensemblistes dans ce processus : le lien entre cumulants et moments est un phénomène typique de l'inversion de Möbius[32]. Un grand succès des probabilités récentes a été l'extension, par Roland Speicher et d'autres,[33] des techniques d'ensembles partiellement ordonnés aux calculs de probabilités libres et non commutatives[34].

Rota philosophe : la *Fundierung*.

Deuxième moment-clé de l'analyse de Lanciani, la notion de *Fundierung*[35] joue un rôle clé dans les analyses de Rota, et étaye en partie son anti-réductionnisme. De fait, la *Fundierung* prend des aspects très variés dans son œuvre et, s'il renvoie aux *Recherches Logique* et à Husserl pour son origine, les caractérisations qu'il en

---

[32] ROTA, 1997.

[33] NICA, 2006. Il faut alors remplacer les partitions d'ensembles par les partitions non croisées ou d'autres sous-ensembles partiellement ordonnés des partitions d'ensemble. Cette approche permet par ailleurs de jeter des ponts entre la théorie des probabilités et la théorie quantique des champs (la théorie des cumulants libres étant étroitement associée à la composante planaire de la chromodynamique quantique : NEU, 1993 et, pour un exposé récent EBRAHIMI-FARD, 2016.

[34] Signalons la possibilité d'aller au-delà de l'interprétation des diverses notions cumulants en termes de combinatoire des ensembles partiellement ordonnés : les algèbres de Hopf combinatoires semblent bien fournir un formalisme algébrique et combinatoire plus à même d'en comprendre les « ressorts ultimes » : EBRAHIMI-FARD, 2015.

[35] "Fundierung is a primitive relation, irreducible to any other relation and to any of its relata. It is made up of a couple: function and facticity. Facts are function-bearers and functions are fact-dependant. Together they constitute the stuff that the world is made of. But Fundierung is also a "logical concept" (ROTA, 1997, p. 172). In an "ontological" world, made of objects and properties, the fundamental relation is that of "inherence", mirrored on a propositional level by the functional link of predication. But in a "phenomenological" world, made of identical functions and multiples facts, the key relation is precisely that of Fundierung. Facts alone do not constitute reality. They just represent the factual layer of reality". LANCIANI, 2009, p. 239.

donne sont surtout étayées par des exemples. Toutefois, ceux-ci sont si divers qu'il est parfois difficile d'y trouver d'autre fil conducteur que le fait qu'il existe une pensée des fondements plus radicale que la logique. À la décharge de Rota, il faut reconnaître que le même constat vaut pour la phénoménologie qui, si elle dresse le constat d'une incomplétude philosophique des fondements logiques de la pensée et de la science, fait varier les modes de dépassements possibles à envisager. Cela va des l'analyses psychologiques du premier Husserl à la logique génétique, l'analytique historiale, la logique transcendantale, l'interrogation en direction de l'Être à partir du Dasein, le dévoilement de la vérité qui s'accomplit dans la parole… Autant de moments que l'on retrouve, au moins sous la forme d'indications, chez Rota.

De fait, l'analyse de l'anti-réductionnisme, en mathématiques, au travers de l'analytique intentionnelle et du thème de l'ustensilité, a déjà permis d'aborder la possibilité d'un dépassement de la logique traditionnelle en direction d'un questionnement plus originaire. On s'intéressera maintenant à un autre moment de l'analyse phénoménologique : le rapport entre Idée et objet, l'objet mathématique étant ici conçu en un sens très général et protéiforme, qui renvoie aussi bien au symbolisme et au rapport d'une théorie à sa formulation textuelle, axiomatique et langagière, qu'à des origines plus classiques, comme l'intuition à l'œuvre en géométrie, et que l'on peut chercher à comprendre par exemple au travers de l'Esthétique et du rapport à l'espace.

C’est ce rapport entre idéalités et objets qui semble en fin de compte, pour Rota comme pour le Husserl de *Logique formelle et logique transcendantale,* le propos véritable, le propos ultime d’une logique supérieure qui irait au-delà de cette logique un peu étriquée telle qu’on la conçoit traditionnellement sur un mode purement technique, dans la filiation qui va de Boole à la théorie axiomatique des l’ensembles, puis aux thèses hilbertiennes.

Parmi les exemples de relations de *Fundierung* que considère Rota, il en est un qui est l’une des pierres de touche de la théorie classique de la connaissance et de la philosophie mathématique : celui du rapport entre triangle abstrait, idéal, et triangle dessiné au tableau. Rappelons brièvement deux analyses classiques : celle de l’Esthétique transcendantale kantienne, d’abord :

« Prenez cette proposition qu’avec trois lignes droites on peut former une figure […]. Vous vous donnez donc un objet dans l’intuition ; mais de quelle espèce est cette intuition ? Était-elle pure a priori, ou empirique ? Si c’était une intuition empirique, nulle proposition universellement valable, et à plus forte raison nulle proposition apodictique n’en pourrait sortir ; car l’expérience n’en saurait jamais fournir de ce genre. C’est donc *a priori* que vous devez vous donner votre objet dans l’intuition, pour y fonder votre proposition synthétique […]. Si l’objet (le triangle) était quelque chose en soi indépendamment de son rapport à votre sujet ; comment pourriez-vous dire que ce qui est nécessaire, dans vos conditions subjectives, pour construire un triangle, doit aussi nécessairement se trouver dans le triangle en soi ? » [36]

Rappelons aussi celle du premier Husserl dans les *Etudes psychologiques de 1894*[37] :

« Les figures et les relations géométriques ne sont absolument pas intuitionnables s'il faut donner raison à ceux qui craignent d'attribuer à tort des propriétés idéales, que les perceptions ne peuvent pas montrer dans l'espace, aux produits de l'imagination correspondants. Les objectifs des processus idéalisants, donc conceptuels, sont *eo ipso* non intuitifs […]. Quiconque se sera rendu clair cela refusera aussitôt de parler une intuition des abstracta géométrique, en tant que c'est là une manière de parler impropre. La figure dessinée, si on la considère pour elle-même, est naturellement une intuition, mais pas la figure géométrique, à laquelle elle n'est pas identique et qu'elle ne fait que représenter. »

Rota va de toute évidence dans la même direction lorsqu'il affirme : « à strictement parler, on pourrait objecter qu'il n'est pas possible de voir des triangles, mais seulement des formes dessinées de façon imparfaite. Nous affirmons qu'une telle objection n'est pas valide. Ce que je vois normalement lorsque j'observe le dessin d'un triangle est le triangle lui-même »[38].

---

[36] KANT, 2001, [III, 68/IV, 45].
[37] HUSSERL 1975, P 142
[38] HUSSERL 1975 P32/33

Il s'agit bien là du type de problèmes que Rota affectionnait : un problème philosophique classique, un problème métaphysique portant sur les conditions de possibilité et les modalités de la connaissance scientifique. Il ne trouverait aucune place dans une philosophie du langage, une philosophie logique, puisqu'il se place sur le terrain des relations entre connaissance pure et connaissance intuitive, en amont de tout problème d'énonciation.

L'analyse de l'anti-réductionnisme de Rota avait permis d'identifier une voie possible de développement de sa pensée : celle de l'ustensilité et, au-delà, de la dimension intrinsèquement intentionnelle et instrumentale du travail mathématique. L'analyse de la *Fundierung*, envisagée du point de vue du rapport entre idéalités et objets ou concepts et intuitions[39], engage dans la même direction : d'abord celle de l'analytique intentionnelle – qui permet de comprendre le problème même de la saisie intuitive : lorsque j'affirme voir un triangle au tableau, mon énoncé porte moins sur la présence d'un dessin à la craie aux contours bien connus, que sur la reconnaissance de l'instanciation de concepts géométriques qui va pouvoir être mobilisé dans un raisonnement. Et, au-delà, dans la direction de la philosophie transcendantale si, en suivant le texte de la

[39] Rota utilise plutôt le couple fonction/facticité : "According to Rota, Fundierung is a primitive relation which usually expresses the link subsisting between a given function and the 'support' or the conditions on which the function itself is grounded (i.e. facticity). Interpreting the Fregean notion of sense as a function, Rota argues that sense and facticity would be much more pregnant and rich notions than sense and denotation to give rise to a coherent semantics: they would "be formalized much better than sense and denotation" MUGNAI, 2009, p. 246. Sur Frege et les couples concept/objet et fonction/objet on renvoie à PATRAS, 2014.

première édition de la *Critique de la raison pure*, on « appelle transcendantale toute connaissance qui ne porte point en général sur l'objet, mais sur nos concepts *a priori* des objets ».

De fait, tout n'est pas réglé : si la distinction entre concept et objet, idée et intuition, va plus ou moins de soi dans le contexte de la géométrie élémentaire, qu'en-est-il dans celui de la combinatoire ? Le problème est intermédiaire entre ceux rencontrés en géométrie et en arithmétique, puisque dans cette dernière on ne travaille en fin de compte qu'avec des symboles, des signes de nombres, sans qu'il soit presque jamais nécessaire d'en appeler à l'intuition correspondante de quantités – de classes d'équivalence d'ensembles dans le langage mathématique post-cantorien et post-frégéen[40].

Husserl le dit bien : « D'après Kant, sans doute, le signe tracé par l'arithméticien serait une construction dans l'intuition, comme le dessin tracé par le géomètre. En réalité, nous ne construisons ce qui est désigné ni dans un cas ni dans l'autre […] Mais il est absolument inadmissible de considérer comme une construction l'écriture du signe arithmétique. Le signe et ce qui est désigné sont ici totalement étrangers par leur contenu et ne sont liés que par association. Le signe n'intuitionnifie donc pas ce qui est pensé, il ne fait qu'y renvoyer. D'ailleurs, dans le cas présent de l'arithmétique, ce qui est désigné est

[40] Voir PATRAS, 2014.

presque toujours quelque chose qui ne peut absolument pas être intuitionnifié ». [41]

Que se passe-t-il donc en combinatoire ? Pour de nombreuses classes d'objets (arbres, graphes, ensembles partiellement ordonnés…), il est possible de donner une représentation graphique qui en indique la structure type. Le mathématicien un peu exercé comprend vite sur un tel exemple la structure sous-jacente et, si on lui demande de donner une définition formelle d'un arbre répondra assez vite quelque chose comme « un graphe connexe et simplement connexe avec un sommet distingué appelé la racine ».

Dans une telle situation, le rapport de *Fundierung* entre l'objet appréhendé et intuitionné et le concept est très ambigu. Il est clair que l'objet, fût-il objet type, n'est que le support d'un travail d'abstraction – et il est tout sauf clair que le concept d'un arbre, pour un mathématicien, ne soit simplement le résultat du processus correspondant d'axiomatisation (« un graphe connexe est simplement connexe… ») ou, en tout cas, qu'il n'en soit indissociable.

De fait, il n'est guère étonnant qu'en poussant la pensée de Rota dans ses retranchements, on retrouve en fin de compte les problèmes et apories auxquels a été confrontée la phénoménologie. La combinatoire a sans doute pourtant quelque chose à apporter au sujet : ses objets, ses exemples, vont au-delà des trois domaines classiquement privilégiés par Husserl : la géométrie, la méréologie, les

[41] P 142/143

domaines de nombres. *Logique formelle et logique transcendantale* laissait entrevoir la possibilité d'un tournant structuraliste de la phénoménologie, tournant resté largement inaccompli. En combinatoire – non pas la combinatoire bijective et énumérative classique, mais celle de Rota – se conjuguent la construction et la manipulation intuitive d'objets élémentaires admettant une représentation géométrique, les problèmes de rapports entre concepts et objets qui viennent d'être évoqués, mais aussi l'existence de structures algébriques immanentes (dont les algèbres d'incidence donnent une première idée, laissant deviner le champ immense des structures algébriques de la combinatoire algébrique contemporaine[42]).

Rota philosophe : mathématiques et phénoménologie

La « valeur ajoutée en philosophie » des contributions de Rota est peut-être à chercher là : dans une conjonction d'idées mathématiques innovantes et d'un projet philosophique qui est certes lacunaire, inaccompli, mais juste dans ses intuitions et ses choix fondamentaux. Essayons de comprendre ces enjeux au travers de deux exemples : celui canonique des algèbres de convolution, des

[42] Les algèbres de Hopf combinatoires de Joni et Rota (JONI, 1979) et les algèbres de Rota-Baxter (ROTA, 1969) sont le prototype d'une variété très riche de structures algébriques « supérieures » dont la structure même est intrinsèquement combinatoire. Elles font actuellement l'objet de nombreuses recherches, et le développement de leur théorie est en train de modifier profondément les contours du structuralisme en mathématiques : bigèbres généralisées (des bigèbres de shuffle de la théorie de Lie classique dans l'approche des algèbres de Lie libres aux bigèbres quasi-shuffle, aux bigèbres de Foissy –dites bigèbres bidendriformes-, aux bigèbres de la théorie non commutative des algèbres de Rota-Baxter, etc.), algèbres préLie et leurs algèbres enveloppantes (qui jouent un rôle clé en théorie quantique des champs, mais aussi en théorie du contrôle, des équations différentielles, des systèmes dynamiques…), opérades algébriques et théorie de Joyal des espèces de structures… (On en trouvera quelques exemples dans l'article introductif : EBRAHIMI-FARD, 2013).

ensembles partiellement ordonnés, qui renvoie aux articles célèbres sur les *fondations de la théorie combinatoire,* puis celui, moins connu, des algèbres de Baxter (on parle aujourd'hui plutôt d'algèbres de Rota-Baxter, mais on conservera ici la terminologie employée par Rota). Rappelons l'introduction de ROTA, 1964 :

« Ce travail commence par l'étude d'un principe très général d'énumération, dont l'inclusion/exclusion est l'exemple le plus simple mais aussi le cas typique. Il arrive souvent qu'un ensemble d'objets à énumérer possède un *ordre naturel*, en général un ordre partiel. Il peut être contre nature de forcer l'énumération d'un tel ensemble à s'effectuer à partir d'un ordre total comme celui des entiers : au contraire, dans de très nombreux cas, il convient de travailler avec l'ordre naturel sur cet ensemble. Nous sommes ainsi conduits à édifier un *calcul aux différences* relatif à un ensemble partiellement ordonné arbitraire. C'est notre conviction que l'inversion de Möbius sur un ensemble partiellement ordonné est un principe d'énumération fondamental ».

Les algèbres de Baxter illustrent un autre mode de fonctionnement de la pensée combinatoire, et une autre modalité de son développement au cours des dernières décennies. Comme avec l'inversion de Möbius, leur origine est en partie probabiliste et reconduit à la théorie des fluctuations. On considère d'abord une suite de variables aléatoires indépendantes identiquement distribuées X_i, la suite des sommes partielles $S_n \coloneqq X_1 + \cdots + X_n$, celle de leurs parties positives $S_n^+ := Max(0, S_n)$, et enfin les extrema $M_n := Max(0, S_1, \ldots, S_n)$. Le théorème de Spitzer dit comment calculer la série génératrice des fonctions caractéristiques des maxima M_n :

$$\sum_{n=0}^{\infty} \lambda^n \mathrm{E}\left[e^{itM_n}\right] = \exp\left(\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\lambda^n}{n} E[e^{itS_n^+}]\right),$$

identité que Baxter avait su reconduire (en posant pour une variable aléatoire X, $f := E\left[e^{itX}\right]$, $R(f) := E[e^{itX^+}]$) à l'identité fondamentale (définissant les algèbres de Baxter, qui sont les algèbres associatives munies d'un opérateur linéaire R satisfaisant cette identité) :

$$R(f)R(g) = R\big(fR(g)\big) + R(R(f)g) - R(fg)$$

L'apport de Rota sur ces questions est d'une tout autre nature qu'avec le développement de l'inversion de Möbius. La théorie des algèbres de Baxter était déjà constituée, les principaux résultats envisageables à l'époque déjà obtenus. Il va simplement en « pousser l'idée à la limite » en construisant l'algèbre de Baxter libre à un ou plusieurs générateurs :

« Les résultats spectaculaires obtenus au cours des 15 dernières années par Andersen, Baxter, Bohnenblust, Foata, Kemperman, Spitzer, Takacs, et d'autres, en théorie des fluctuations de sommes de variables aléatoires indépendantes, ont graduellement conduit à réaliser que la nature du problème, aussi bien que sa méthode de solution, est algébrique et combinatoire. Après que Baxter eut montré que la clé du problème réside dans la simplification d'une certaine identité opérationnelle, plusieurs preuves algébriques ont été obtenues. C'est l'objet du présent travail de *pousser cette algébrisation à la limite*… La nouvelle méthode est toutefois également utile pour deviner et prouver de nouvelles identités combinatoires »[43].

L'exemple du triangle illustrait une modalité simple et élémentaire de la relation concept/objet, fonction/facticité – aussi difficile soit-elle à penser en fin de compte. L'idée de typicité apparaissait : un triangle dessiné au tableau, un arbre suffisamment complexe tracé sur une feuille sont des objets assez typiques pour saisir et rendre compte pour l'essentiel des concepts correspondants. Rota a maintenant en vue des niveaux supérieurs d'abstraction, typiques de la combinatoire algébrique telle qu'il entendait la fonder, et plus généralement, de la pensée structuraliste. Ce qui y joue le rôle du concept est, dans un cas, un *principe* d'énumération, celui-là même qui trouve une formulation technique en termes d'algèbres d'incidence, et dans l'autre une *structure algébrique* dont il va s'agir de déployer l'éventail des possibilités combinatoires pour en capturer les potentialités.

Les objets typiques sont maintenant, dans le premier cas, des instanciations du principe : les phénomènes d'inclusion/exclusion, avec deux exemples fondamentaux (le calcul des fonctions de Möbius pour les entiers naturels, et les calculs de cardinaux d'unions arbitraires d'ensembles). Il s'agit d'« un principe d'énumération

[43] ROTA, 1969.

fondamental » : il faut avoir présent que le travail mathématique effectif se joue-là, dans la mobilisation et parfois l'invention de stratégie de preuves[44]. Cette dimension du travail est antéprédicative : le langage n'arrive qu'après coup, lorsqu'il va s'agir de codifier ce que l'intuition a deviné.

Dans le second cas, le travail de Rota a consisté à reconduire la théorie des algèbres de Baxter à une théorie parmi les plus classiques qui soit : celle des fonctions symétriques. Cette reconduction permet d'ancrer la théorie nouvelle dans des contenus connus, maîtrisés, et dont les possibilités ont déjà largement été déployés depuis le XVIIe siècle, ce qui en change radicalement l'entente et l'horizon de sens.

L'analyse intentionnelle permettant de comprendre jusqu'au bout les implications de telles configurations théoriques va bien au-delà de celle qui peut être accomplie sur les exemples classiques de dualité concept/objet, fonction/objet ou fonction/facticité. Le principe d'énumération induit par le formalisme de l'inversion de Möbius, s'il peut être axiomatisé, est d'abord un principe de calcul, de preuves, de résolution de problèmes : un schéma de pensée, qui va pouvoir être très souvent mobilisé dans les questions combinatoires. L'ancrage d'une théorie dans une autre, qui rend possibles transferts d'idées et d'intuitions, doit être considéré quant à lui du double point de vue de

[44] Rota dédie d'ailleurs un bel article à la « Phénoménologie de la démonstration mathématique », traduit dans ROTA, 2005.

l'historicité des mathématiques et l'historialité de leur contenus[45], et de la structure complexe des dépendances architectoniques du corpus. Autant de dimensions de la pensée mathématique qui échappent à toute forme d'analyse conçue sur la base d'une philosophie logique du langage et continuent de réclamer ce renouveau de la phénoménologie, de la métaphysique, de la théorie de la connaissance, que Rota appelait de ses vœux.

Liste des références

BARNABEI (Marilena), BRINI (Andrea), et ROTA (G.-C)., 1986, "The theory of Möbius functions*"*. Russian Mathematical Surveys, vol. 41, no 3, p. 135.

BOI (Luciano), KERSZBERG (Pierre), PATRAS (Frédéric), 2007, *Rediscovering Phenomenology*, Phaenomenologica , Vol. 182 Springer.

CELLUCCI (Carlo), 2009, "Indiscrete Variations on Gian-Carlo Rota's Themes" in DAMIANI, 2009.

DAMIANI (Ernesto), D'ANTONA (Ottavio)., MARRA (Vincenzo), PALOMBI (Fabrizio) (Eds.), 2009, *From Combinatorics to Philosophy: the Legacy of G.-C. Rota*. Springer Science & Business Media.

EBRAHIMI-FARD (Kurusch), GRACIA-BONDIA (Jose), PATRAS (Frédéric), 2007, Rota-Baxter algebras and new combinatorial identities, *Letters in Math. Physics* 81, (1), 61-75.

EBRAHIMI-FARD (Kurusch), MANCHON (Dominique), PATRAS (Frédéric), 2009, "A noncommutative Bohnenblust-Spitzer identity for Rota-Baxter algebras solves Bogolioubov's recursion*", Journal of Noncommutative Geometry* , Vol. 3, Issue 2, 181-222.

EBRAHIMI-FARD (Kurusch) et PATRAS (Frédéric), 2013, "La structure combinatoire du calcul intégral". *Gazette des Mathématiciens*, 138.

EBRAHIMI-FARD (Kurusch) et PATRAS (Frédéric), 2015, "Cumulants, free cumulants and half-shuffles". *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, Vol. 471, No. 2176, p. 20140843.

[45] Voir PATRAS, 2013.

EBRAHIMI-FARD (Kurusch) et PATRAS (Frédéric), 2016, “The combinatorics of Green's functions in planar field theories”, *Frontiers in Physics* (à paraître).

FRENKEL (Edward), 2015, *Amour et maths,* Flammarion.

GANDON (Sébastien), 2015, « Rota’s Philosophy in its Mathematical Context », *Philosophia Mathematica.*

GOWERS (Timothy), 2000, “The Two Cultures of Mathematics”. In V. Arnold and M. Atiyah, editors, *Mathematics: Frontiers and Perspectives*, American Mathematical Society, 65-78.

GROTHENDIECK (Alexandre), 1985, *Récoltes et semailles: Réflexions et témoignages sur un passé de mathématicien*. Univ. Sc. et Techniques du Languedoc, Montpellier.

HEIDEGGER (Martin), 1964, *Être et temps*. Paris, Gallimard, trad . Boehm R., de Waelhens, R.

HUSSERL (Edmund), 1900-1901, *Recherches logiques*, trad. fr. 1965, Elie H., Paris, P.U.F.

HUSSERL (E.), 1975, Articles *sur la logique: 1890-1913*. Paris, P.U.F.

JONI (S. A.) and ROTA (Gian-Carlo), 1979, “Coalgebras and Bialgebras in Combinatorics”, Studies in Applied Mathematics, 61, 2, 93–139.

KANT (Emmanuel), 2001, *Critique de la raison pure*, tr. fr. Paris, Flammarion.

KUNG (Joseph P. S.), éd., 1995, *Gian-Carlo Rota on Combinatorics. Introductory Papers and Commentaries*, Birkhäuser.

MUGNAI (Massimo), 2009, “Rota's Philosophical Insights”. In Damiani et al., 2009, 241-250.

LANCIANI (Albino), 2005, “Gian-Carlo Rota : mathématicien et philosophe”. Préface de Rota 2005.

LANCIANI (Albino) and MAJOLINO (Claudio), 2009, “On the Courage Needed to Do Phenomenology. Rota and Analytic Philosophy”. In Damiani et al., 2009, 229-240.

NEU (Peter) et SPEICHER (Roland), 1993, “A self-consistent master equation and a new kind of cumulants”. *Zeitschrift für Physik B Condensed Matter*, vol. 92, no 3, p. 399-407.

NICA (Alexandru) et SPEICHER (Roland), 2006, *Lectures on the combinatorics of free probability*. Cambridge University Press.

PALOMBI (F.), 2003, *La Stella e l'intero: la ricerca di Gian-Carlo Rota tra matematica e fenomenologia*. Bollati Boringhieri (Trad. angl. *The Star and the Whole*. CRC Press, 2011).

PATRAS (Frédéric), 2001, *La pensée mathématique contemporaine*, Paris, P.U.F.

PATRAS (F.), 2012, “Objets et idéalités dans les mathématiques contemporaines”. *Etudes Platoniciennes* IX [Platon aujourd'hui], 47-61.

PATRAS (F.), 2013, “Mathématiques et herméneutique”. *Archives de Philosophie* 76, 217-238.

PATRAS (F.), 2014, *La Possibilité des nombres*, Paris, P.U.F.

PATRAS (F.), 2016, “Approches phénoménologiques de la vérité mathématique”, *Cahiers de Logique et d'Epistémologie n. 22* , A. Moktefi et al. eds, College Publications, 129-148.

ROTA (Gian-Carlo), 1964, “On the Foundations of Combinatorial Theory I. Theory of Möbius Functions. Zeitschrift für Wahrscheinlichkeitstheorie, 2(4):340-368.

ROTA, (G.-C.), 1969, “Baxter algebras and combinatorial identities. I”. *Bulletin of the American Mathematical Society*, vol. 75, no 2, p. 325-329. “Baxter algebras and combinatorial identities. II”. *Bulletin of the American Mathematical Society*, 75(2), 330-334.

ROTA (G.-C.), 1974-1991, *The End of Objectivity. The Legacy of Phenomenology*. Lectures at MIT, Cambridge, MA., MIT Mathematics Department

ROTA (G;-C.), KAC (Marc), SCHWARTZ (Jacob T.), 1986, *Discrete Thoughts. Essays on Mathematics, Science and Philosophy*, Boston, Basel, Berlin, Birkhäuser.

ROTA (Gian-Carlo) and WALLSTROM (Timothy C), 1997, “Stochastic integrals: a combinatorial approach”. *The Annals of Probability*, 1257-1283.

ROTA (G.-C.), 2005, *Phénoménologie discrète. Ecrits sur les mathématiques, la science et le langage.* Mémoires des Annales de Phénoménologie.

ROTA (G.-C.), 2005 b, “L’influence néfaste de la mathématique sur la philosophie” in ROTA, 2005.

ROTA (G- C.), 2008, *Indiscrete thoughts*. Springer Science & Business Media.

STANLEY (Richard P.), 1997, *Enumerative Combinatorics. Vol. 1*, Cambridge Studies in Advanced Mathematics.

ZEILBERGER (Doron), 2010, “Enumerative and algebraic combinatorics”. In T. Gowers, J. Barrow-Green, and I. Leader, editors, *The Princeton Companion to Mathematics*. Princeton University Press, 550-561.