

(א) השדות של פולס אלקטרומגנטי:

מצורף בזה אוסף הנוסחות עבור השדות, עם שנויים מסוימים, בעיקר במקדמים. יש להבדיל בין ξ_0 הגורם הדיאלקטרי הסוחלם של הוואקום, לבין הגורם הדיאלקטרי היחסי ξ^2 . הראשון מופיע כמסומן ξ_0 עבור העצם הניגון H_f והשני מופיע בחלק מן הבטויים עבור השדות באדמה. השדה המגנטי H_f הנו מאותו סדר גזירה כמו השדות החשמליים, במקרה

במקרה A $H_f = k \int_0^\infty \dots$

במקרה B $H_f = k \int_0^\infty \dots$

במקרה C $H_f = k \int_0^\infty \dots$

כך שגם במקרה C נקבל את H_f ללא אינסגרציה מספרית נוספת. בעמוד 5 של אוסף הנוסחות מתקבל $\hat{\theta}$ כאותו θ המתאים לזמן עליית

הזרם $t = A$

ובעמוד 6 הערכה של סדר הגדל של $\hat{\theta}$. עבור גלי ראדאר θ קטן מאוד.

הערה: אודה לך באם תואיל לענות לי בקשר לבעיית $\hat{\theta}$ כמפורט בעמוד 6 של אוסף הנוסחות המצורף.

(ב) הפוטנציאל של פולס אלקטרומגנטי:

נעשה הייצור של $\{ \}$ באדמה עבור $\xi = 81$ ובוזה הושלם חשוב הפוטנציאל

באוויר ובאדמה, ל- $\xi = 9,81$.

(ג) מערכת המשוואות הדיפרנציאליות עבור בעיית ה- He

כדי שאפשר יהיה לגשת לפתרון המשוואות במחשב בדיוק כפול *double precision*

הכינותי את התכניות הבאות:

9

(1) תכנית מפרשת *interpretive routine* היא סקצת תכנית הכתובה בדיוק כפוי לחלק הששי של אורכה המקורי, במסוצע. בעזרתה נכתבת תכנית בדיוק כפול ביותר קצור מתכנית בדיוק רגיל.
 באותה תכנית מפרשת נוכל ~~לעצ~~ להעזר גם בעבודות ב- *double precision floating* בשטת הדיוק הכפול ^(ששמה כבר בפתרון השבר המסולב). גם עבור *floating* בדיוק רגיל הכנתי תכנית מפרשת דומה. מתברר שפורת תכנית מפרשת זו הנה דבו חדש.

התכנית נבדקה ופועלת.

(2) תכניות בדיקה *monitoring* לסציאת שגיאות בתכניות הנעזרות בתכנית מפרשת. תכניות אלה תקצרנה את זמן בדיקת התכניות *code checking* התכניות נבדקו ופועלות.

(3) תכנית אחידה הכוללת את אוסף הסוב-רוטינות ההכרחיות לחשוב בדיוק כפול: היא נמצאת במקום קבוע בזכרון.

(4) תכנית לחשוב המקדמים של מערכת המשוואות הדיפרנציאליות עבור α, λ השונים. תכנית לחשוב המשוואות עצמן, ז"א לחשוב הנגזרות של הפונקציות p, q, F, G ותכנית כוללת לאינטגרציה של המשוואות בעזרת שיטת רונגה-קוסה. כל התכניות האלה נבדקו עם ערכים שרירותיים של הפונקציות והן פועלות.

ג) הסורים עבור בעית ה- H_0

עד היום לא קבלתי את הערכים ההתחלתיים של $\tilde{G}_3(s), G_3(s)$ הדרושים כדי להתחיל באינטגרציה של המשוואות הדיפרנציאליות. לכן התחלתי בהכנת התכניות לחשוב טורי החזקות עבור $F(s), G(s)$. זאת אוסרת תכניות לא רק עבור המקדמים של הסורים או גורמיהם אלא לחשוב הסורים עצמם. התכנית עבור $F_1'(s), F_1(s)$ כבר כתובה. החשוב נעשה לפי שיטת הדיוק הכפול המיוחדת (ששמה בחשוב השבר המסולב).

צריכה ששום וברכה, אן ולאשתך
 צוחא אלתרמן

שיעור 10, חלק 2

$$\epsilon = h^2 \quad \sigma = 0$$

פונקציה $\Pi = \Pi_z(r, z)$

$H_r = 0, H_z = 0, H_\varphi = \left(\frac{-i\epsilon\omega}{c} + \frac{\sigma}{c} \right) \frac{\partial \Pi}{\partial r} = \begin{cases} \frac{\epsilon_0 p}{c} \frac{\partial \Pi}{\partial z} \\ \frac{n^2 \epsilon_0 p}{c} \frac{\partial \Pi}{\partial z} \end{cases}$
 $H_\varphi = \frac{n^2 \epsilon_0}{c} \frac{\partial^2 \Pi}{\partial t \partial r}$

$E_\varphi = 0, E_r = \frac{\partial^2 \Pi}{\partial r \partial z}, E_z = k^2 \Pi + \frac{\partial^2 \Pi}{\partial z^2} = - \frac{\partial^2 \Pi}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \Pi}{\partial r}$

$$k^2 = \epsilon \mu \omega^2 + i \mu \sigma \omega = \epsilon \omega^2 = - \epsilon p^2$$

$k = \frac{p}{c}, p = \frac{\partial}{\partial t}, \omega = ip$

$H_r = H_z = 0, H_\varphi = n^2 k \frac{\partial \Pi}{\partial r} \epsilon_0$

$E_\varphi = 0, E_r = \frac{\partial^2 \Pi}{\partial r \partial z}, E_z = \frac{\partial^2 \Pi}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Pi}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \Pi}{\partial z^2} - \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 \Pi}{\partial t^2}$

$$\Pi = 2n^2 k \int_0^\infty \frac{J_0(krx) x dx e^{-kz\sqrt{x^2+1}}}{n^2 \sqrt{x^2+1} + \sqrt{x^2+n^2}} = k \int_0^\infty f(x) J_0(krx) x dx e^{-kz\sqrt{x^2+1}}$$

$$f(x) = \frac{2n^2}{n^2 \sqrt{x^2+1} + \sqrt{x^2+n^2}}$$

$$H_\varphi = \epsilon_0 k \frac{\partial \Pi}{\partial r} = - \epsilon_0 k^3 \int_0^\infty f(x) x^2 dx e^{-kz\sqrt{x^2+1}} J_1(krx)$$

//

$$E_z = k \int_0^{\infty} f(x) J_0(krx) x dx e^{-kz\sqrt{x^2+1}} \left[k^2(x^2+1) - k^2 \right] = k^3 \int_0^{\infty} f(x) J_0(krx) x^3 dx e^{-kz\sqrt{x^2+1}}$$

$$E_r = \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \Pi}{\partial r} \right) = \frac{\partial}{\partial z} \left(-k^2 \int_0^{\infty} f(x) J_1(krx) x^2 dx e^{-kz\sqrt{x^2+1}} \right) =$$

$$= + k^3 \int_0^{\infty} f(x) J_1(krx) x^2 \sqrt{x^2+1} dx e^{-kz\sqrt{x^2+1}}$$

∴ $\delta(t)$ \rightarrow $\int_0^t \delta(t) dt = H(t)$

$$\Pi_A = k \int_0^{\infty} f(x) x J_0(kx) e^{-kz\sqrt{x^2+1}} dx \quad I = \delta(t) \quad \underline{A}$$

$$f(x) = \frac{2n^2}{n^2\sqrt{x^2+1} + \sqrt{x^2+n^2}} \quad \underline{z > 0}$$

$$H_\varphi = -k^3 \int_0^{\infty} f(x) x^2 dx e^{-kz\sqrt{x^2+1}} J_1(krx)$$

$$E_z = k^3 \int_0^{\infty} f(x) J_0(krx) x^3 dx e^{-kz\sqrt{x^2+1}}$$

$$E_r = k^3 \int_0^{\infty} f(x) J_1(krx) x^2 \sqrt{x^2+1} dx e^{-kz\sqrt{x^2+1}}$$

$$\Pi_B = \frac{1}{ck} \Pi_A$$

$$I = \int_0^t \delta(t) dt = H(t) \quad \underline{B}$$

$$\Pi_B = \frac{1}{c} \int_0^{\infty} f(x) x J_0(krx) e^{-kz\sqrt{x^2+1}}$$

$$H_\varphi = -\frac{1}{ck^2} \int_0^{\infty} f(x) x^2 dx e^{-kz\sqrt{x^2+1}} J_1(krx)$$

$$E_z = \frac{1}{ck^2} \int_0^{\infty} f(x) x^3 dx J_0(krx) e^{-kz\sqrt{x^2+1}}$$

$$E_r = \frac{1}{ck^2} \int_0^{\infty} f(x) x^2 \sqrt{x^2+1} dx J_1(krx) e^{-kz\sqrt{x^2+1}}$$

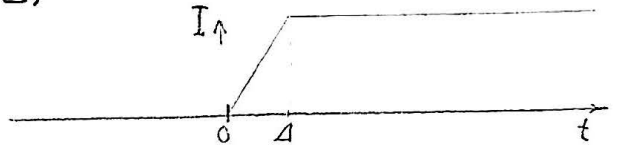
12

$$I = \frac{t}{\Delta}, \quad 0 < t < \Delta \quad \underline{C}$$

$$I_c = \frac{\left(\frac{1}{c}\right)}{\Delta k} I_B(t) - \frac{\left(\frac{1}{c}\right)}{\Delta k} I(t-\Delta) = \frac{\left(\frac{1}{c}\right)}{\Delta k} H(t) - \frac{1}{\Delta p} H(t-\Delta) = 1 \quad t > \Delta$$

$$\Pi_c = \frac{\left(\frac{1}{c}\right)}{\Delta k} \Pi_B(t) - \frac{\left(\frac{1}{c}\right)}{\Delta k} \Pi_B(t-\Delta)$$

$$H_\varphi = \frac{\left(\frac{1}{c}\right)}{\Delta k} H_B(t) - \frac{\left(\frac{1}{c}\right)}{\Delta k} H_B(t-\Delta)$$



$\frac{t}{\Delta} = \delta$ $\delta \in [0, 1]$ $\delta > 1$

$I = \delta, \quad 0 < \delta \leq 1$

$I = 1, \quad \delta > 1$

$t = \delta\Delta, \quad t - \Delta = \delta\Delta - \Delta = \Delta(\delta - 1)$

$$H_\varphi = F_1(\delta\Delta) - F_1(\Delta(\delta - 1)) \quad F_1 = -\frac{\left(\frac{1}{c}\right)}{\Delta} k \int_0^\infty f(x) x^2 dx J_1(krx) e^{-kz\sqrt{x^2+1}}$$

$$E_z = F_2(\delta\Delta) - F_2(\Delta(\delta - 1)) \quad F_2 = \frac{\left(\frac{1}{c}\right)}{\Delta} k \int_0^\infty f(x) x^3 dx J_0(krx) e^{-kz\sqrt{x^2+1}}$$

$$E_r = G(\delta\Delta) - G(\Delta(\delta - 1)) \quad G = \frac{\left(\frac{1}{c}\right)}{\Delta} k \int_0^\infty x^2 f(x) J_1(krx) \sqrt{x^2+1} e^{-kz\sqrt{x^2+1}}$$

$z < 0$

$\infty \text{ } \mathbb{N} \text{ } \mathbb{C} \text{ } \mathbb{D}$

$$\Pi_A = k \int_0^\infty J_0(krx) x dx e^{-kH\sqrt{x^2+n^2}} g(x),$$

$I = \delta(t).$

\underline{A}

$$g(x) = \frac{2}{n^2\sqrt{x^2+1} + \sqrt{x^2+n^2}}$$

$H = |z|$

$$H_{\varphi} = \frac{\partial \Pi}{\partial r} = -\frac{\gamma^2 \epsilon_0 k^3}{c^2} \int_0^{\infty} g(x) x^2 dx J_1(krx) e^{-kH\sqrt{x^2+1}}$$

$$E_z = \frac{\partial^2 \Pi}{\partial z^2} - \frac{k^2}{c^2} \frac{\partial^2 \Pi}{\partial t^2} = k \int_0^{\infty} J_0(krx) x dx e^{-kH\sqrt{x^2+n^2}} g(x) [k^2(x^2+n^2) - n^2 k^2]$$

$$E_z = k^3 \int_0^{\infty} J_0(krx) g(x) x^3 dx e^{-kH\sqrt{x^2+n^2}}$$

$$E_r = -k^3 \int_0^{\infty} g(x) x^2 J_1(krx) \sqrt{x^2+n^2} e^{-kH\sqrt{x^2+n^2}}$$

$$\Pi_B = \frac{(1/c)}{k} \Pi_A = \frac{(1/c)}{k} \int_0^{\infty} J_0(krx) x dx e^{-kH\sqrt{x^2+n^2}} g(x),$$

I = H(t). B

$$H_{\varphi} = -\frac{\gamma^2 \epsilon_0 k^2}{c^2} \int_0^{\infty} g(x) x^2 dx J_1(krx) e^{-kH\sqrt{x^2+1}}$$

$$E_r = -\frac{(1/c) k^2}{c^2} \int_0^{\infty} g(x) x^2 J_1(krx) \sqrt{x^2+n^2} e^{-kH\sqrt{x^2+n^2}}$$

$$E_z = \frac{(1/c) k^2}{c^2} \int_0^{\infty} J_0(krx) g(x) x^3 dx e^{-kH\sqrt{x^2+n^2}}$$

I = \delta, \quad 0 < \delta < 1 \quad \underline{C}

\delta = \frac{t}{\Delta} \quad I = 1, \quad \delta > 1

$$\Pi_c = \frac{(1/c)}{\Delta k} \Pi_B(t) - \frac{(1/c)}{\Delta k} \Pi_B(t-\Delta)$$

$$H_{\varphi} = R(\Delta \delta) - R(\Delta(\delta-1)) \quad R_1 = -\frac{\gamma^2 \epsilon_0 k^2}{\Delta c^2} k \int_0^{\infty} g(x) x^2 dx J_1(krx) e^{-kH\sqrt{x^2+1}}$$

$$E_z = P(\Delta \delta) - P(\Delta(\delta-1)) \quad P = \frac{(1/c) k^2}{\Delta} k \int_0^{\infty} J_0(krx) g(x) x^3 dx e^{-kH\sqrt{x^2+n^2}}$$

$$E_r = Q(\Delta \delta) - Q(\Delta(\delta-1)) \quad Q = -\frac{(1/c) k^2}{\Delta} k \int_0^{\infty} g(x) x^2 J_1(krx) \sqrt{x^2+n^2} e^{-kH\sqrt{x^2+n^2}}$$

הכנסת פונקציית התועלת

$\delta > 0,$

$t_1 = \Delta \delta$

המשותף δ נשאר Δ

$\delta > 1,$

$t_2 = \Delta(\delta-1)$

$\theta_1 = \frac{ct_1}{aR} = \frac{c\Delta\delta}{aR}$

$\theta_2 = \frac{ct_2}{aR} = \frac{c\Delta(\delta-1)}{aR} = \frac{c\Delta\delta}{aR} - \frac{c\Delta}{aR}$

$\theta_2 = \theta_1 - \frac{c\Delta}{aR}$

$F(\theta_1) - F(\theta_2) =$

הפרש תועלת

$= F(\theta_1) - F(\theta_1 - \frac{c\Delta}{aR})$

הפרש תועלת בין θ_1 ל- $\theta_1 - \frac{c\Delta}{aR}$

$E_z = \frac{(\frac{1}{2})}{R\Delta} f_\alpha(\theta, \frac{c\Delta}{aR})$

$E_z = \frac{c\Delta}{cR^2(\frac{c\Delta}{aR})} f_\alpha(\theta, \frac{c\Delta}{aR})$

הכנסת $\hat{\theta}$ לתועלת

$\hat{\theta} = \frac{c\Delta}{aR}$ נשאר

$E_z = \frac{c\Delta}{cR^2\hat{\theta}} f_\alpha(\theta, \hat{\theta})$

$= \frac{c\Delta}{cR^2\hat{\theta}} [F(\theta) - F(\theta - \hat{\theta})]$

הפרש תועלת בין θ ל- $\theta - \hat{\theta}$, $F(\theta)$ תועלת θ ו- $F(\theta - \hat{\theta})$ תועלת $\theta - \hat{\theta}$

$cR^2 E_z$ הפרש תועלת בין θ ל- $\theta - \hat{\theta}$ חלקי $\hat{\theta}$

סדר הגדל של זמן העליה Δ

זמן העליה של פולס אלקטרומגנטי *rise time* בממד ע"י הזמן שלוקח לעבור מרחק של חצי אורך גל

$$\Delta = \frac{\lambda/2}{c}$$

עבור גל ראדאר $\lambda = 3 \text{ cm}$

$$\Delta = \frac{3}{2.3 \times 10^{10}} = 0,5 \times 10^{-10} \text{ sec.}$$

$$\hat{\theta} = \frac{c\Delta}{aR} = \frac{c}{aR} \frac{\lambda}{2c}$$

$$R = 1 \text{ km}$$

באוויר, ובמרחק של

$$\hat{\theta} = 1,5 \cdot 10^{-5}$$

$$F(\theta) - F(\theta - \hat{\theta})$$

וצריך יהיה לחשב את

שהוא הגדל של שני מספרים קרובים מאוד זה לזה ואם לא לחזור למקרה, נראות לי ^{על} אפשרויות פתרון:

(א) או לעבוד עם דיוק כפול *double precision*

(ב) או לותר על ההתאמה לראדאר ולעבוד עם Δ יותר גדול, שמתאים לאורך גל יותר ארוך, ולכן $\hat{\theta}$ יותר גדול.

11

דו"ח על עבודה שנעשתה בחדש אוגוסט 1956
 תחום: ז. אלקטרון

(א) פולס אלקטרוטונטי

טפלות במרכיב Z הן תלויות בלתי ישרה באורך E_2 . מוכנה
 הכנייה לנחשב להיות E_2 . כבר הכנייה זו ידוע לבטרי מן התכניה לחיוב
 המוטנציאל, כי בגלל הכפל בגודל המרוכב A^2 הנוסף, מופיע כחלק הממשי
 של האינטגרל עבור E_2 גורם נוסף, שהוא החלק המדומה של האינטגרל עבור
 המוטנציאל ולא ענין קודם.

$$E_2 = \frac{1}{2\pi i} [W(z) - W(z - \bar{z})]$$

התכניה עבור $W(z)$ פועלה והזמנה בדיקה ראשונה מפורטת בנספח א'.

לעלות דיוק מספיקי הוספתי על צורה קליטה. רבות של האינטגרל

לחזורים

$$1 < z < 3$$

$$3 < z < 7$$

$$z > 7$$

בנספח דבנית לזכר המסדולי של הומוגן. נכונה כדור. במילוי של E_2
 והתחנה שחזרה כנסה ב'.

(2) עבור $z > 7$ במילוי $z > 7$, הדיבורי הרגוע על $z > 7$ הדיבור-
 רבתי. לית על $z > 7$ וכל הכניה לנחמה עבורה. נראה זה על ענין, כי
 מודעה נראה כנין לית $z > 7$ ודיבורי $z > 7$, המסדורי הרגוע.

(3) הכניה של יורה לית כי יורה עליו למכין כדי לחק. במילוי הרגוע
 החליטה:

(1) מוכנה כי נח לחיוב ערך וכל $z > 7$ וכל הכניה כדור $z > 7$,
 דובלית $z > 7$ ל הכניה $z > 7$ $z > 7$ $z > 7$ $z > 7$ $z > 7$ $z > 7$ $z > 7$ $z > 7$
 עדי וכלית. התכניה והתכלית נכדקו ורועלים ככור.

(2) נכדקו הכניה המוניטורנינג. נכדקו כדור המודון, והיא
 הרעלה.

(3) נכדקו ונכדקו הכניה הרגוע מודעה עבור $z > 7$ כדור

היולי. מודעה $z > 7$ $z > 7$ $z > 7$ $z > 7$ $z > 7$ $z > 7$ $z > 7$ $z > 7$
 כדור $z > 7$ $z > 7$ $z > 7$ $z > 7$ $z > 7$ $z > 7$ $z > 7$ $z > 7$

11/17

ד) הטורים עבור בעיה ה-He

(1) מרכיב תכנית אחת לחשוב המקדמים של הטורים $F_2(s), G_1(s), F_1(s)$ לפי סטת שלט ושבר: ז"א כל מספר בחון בדיוק של 20 ספרות, כאשר ערך הספרות הראשונות מוקצבות לחלק השלם של המספר ועשר הספרות האחרונות לחלק השבר. כיון שהמקדמים של חזקות בכוהות של s הנם קטנים מאוד, מהקבלים לא המקדמים A_n עצמם אלא $4^n A_n$ מוכפל בגורם קבוע המבטיח דיוק מכטימלי. התכנית נבדקה ופועלת.

(2) תכנית שניה מחשבת את מקדמי הטורים $G_3(s), F_3(s); G_4(s), F_4(s)$ בצורה $A_n/2^n$ מוכפל בגורם קבוע מתאים. גם תכנית זו נבדקה עם ערכים בחונים של הגורמים $A_{1-1}, L, KD-CL$ ופועלת.

(3) תכנית נוספת מחשבת את כל הטורים האסימטריים המפורטים ב(2) זאת בצורתיהם הראשונות, כאשר רק הכפל ב- s^m או s^{h_2} אחרי סכום הסדר שלבדור צריך היה להכין סוג-רוטינה של העלאה בחזקה עבור דיוק כפול. בצורה זו, ^{כאשר} מתחילים את החשוב במקומות שונים קבועים בתכנית, מקבלים כל פעם שור אחר בהתאם לדרוש. התכנית מחליטה בעצמה אחרי כמה אכרים להפסיק את החשוב. התכנית נבדקה ופועלת.

כל התכניות האלה (1) - (3) מסתמכות על התכנית הקיימת לחשוב הגורמים $A_{1-1}, L, KD-CL$ לאחר שהיה עד היום ^{לכ} הגישה לידי בצורה מתוקנת לא יכולתי לחפור את הטוב הטורים ליצור. אם היא לא תהיה בידי עד לזמן הפעלה המחשב כחדש אאלץ לכתוב אותה מחדש בעצמי.

3. אולגה רמאן

22/06/2020 13:10

נספח לד"ח על עבודה לחדש ארנוסט 1950

הזדה המובילי E_z המבודד מליפול הזורם בו זרם

$$I(t) = \frac{t}{\Delta}, \quad 0 < t < \Delta$$

$$I(t) = 1, \quad t > \Delta$$

$$RW = \frac{4}{\pi} \operatorname{Re} \int_0^{\pi/2} \frac{(h\tau + i \operatorname{usinc}) [(h\tau + i \operatorname{usinc})^2 - 1] d\tau}{(h\tau + i \operatorname{usinc}) + \frac{1}{n^2} \sqrt{(h\tau + i \operatorname{usinc})^2 - 1 + n^2}} \sqrt{\lambda}$$

$$-R^2 > \tau \quad E_z = \frac{1}{cR^2 \tau} [RW(\tau) - RW(\tau - \hat{\tau})] \quad \hat{\tau} = \frac{c\Delta}{R}$$

$$E_z = 0 \quad \tau < \hat{\tau}$$

$$E_z = \frac{RW(\tau)}{cR^2 \hat{\tau}} \quad \hat{\tau} < \tau < \hat{\tau}$$

$$E_z = \frac{1}{cR^2 \hat{\tau}} [RW(\tau) - RW(\tau - \hat{\tau})] \quad \tau > \hat{\tau}$$

$$E_z = \frac{1}{cR^2} RW'(\tau) \quad \tau \gg \hat{\tau}$$

סכום של קרוס ובויליים :

$$h = 1 \quad \mu = 0$$

(1) בכיון הזמן

$$RW = \frac{2n^2(\tau^2 - 1)}{n^2 + \sqrt{1 + \frac{n^2 - 1}{\tau^2}}}$$

$$E_z = 0 \quad W = 0 \quad \tau = 1$$

כאופן לינארי $\infty \leftarrow E_z$ כאופן פרבולי $\leftarrow \leftarrow W$ $\tau \rightarrow \infty$

$$RW = \frac{2n^2 \tau^2}{n^2 + 1}$$

$$\infty \leftarrow \tau$$

$$E_z = \frac{4n^2 \tau}{n^2 + 1}$$

המונה דומה המקבלה גם בחישוב RW עבור $h = \cos 10^\circ$
 (2) ל- ∞ $\alpha \rightarrow \infty$ בכיוונים השונים

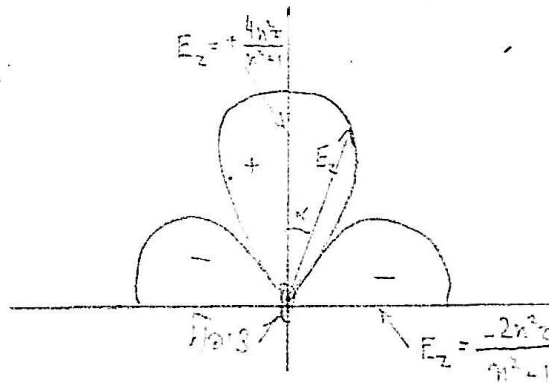
$$RW = (3h^2 - 1) \frac{\tau^2 n^2}{n^2 + 1}$$

$$\text{ch}^2 E_z = \frac{2\tau n^2}{n^2 + 1} (3h^2 - 1)$$

$$0 < E_z : \cos \alpha = h > \frac{1}{\sqrt{3}}$$

לזוויות α קטנות

$$0 > E_z : \cos \alpha < \frac{1}{\sqrt{3}}$$



$$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

במרחב נבדוק במיוחד את הכיוון

הזווית הכרוניית ל- ∞ על RW זווית גם בהתארת הדאגרות
 על המרחב עבור 60° .

לכיוון אנכי, $h=1$ המקבלים טוב הבטויים שמאחר בסעיף 1.

$h=0$ $\tau=1$ ערך התחלתי (3)

$$R_{\omega} = \frac{2h(h^2-1)n^2}{hn^2 + |h^2+n^2-1|}$$

$$cR^2 E_z = \frac{1}{\tau} \frac{2h(h^2-1)n^2}{hn^2 + |h^2+n^2-1|}$$

כאן שבכיוון אנכי ואופקי הערך התחלתי $E_z = 0$ ובכל שאר הכיוונים הערך התחלתי שלילי

$\mu^2 = \tau^2 - 1$ $h = 0$ כיוון אופקי (4)

$$R_{\omega} = -\frac{2n^4}{n^2-1} \frac{n^2}{n^2+1} \left[1 - \frac{1}{|(n^2+1)\tau^2-n^2|} \right] - \frac{n^4}{n^2-1} (\tau^2-1) \quad \tau < n$$

עבור $\tau=0$ זה $= 0$ בהתאמה עם סעיף 3.

$$R_{\omega} = -\frac{n^2}{n^2+1} \left[\frac{2n^2}{n^2+1} + \tau^2 \right] \quad \tau > n$$

עבור $\tau > n$ שני הבטויים מתלכדים, והבטוי האחרון מתלכד עם האחרון

של סעיף 2 עבור $\tau \rightarrow \infty$

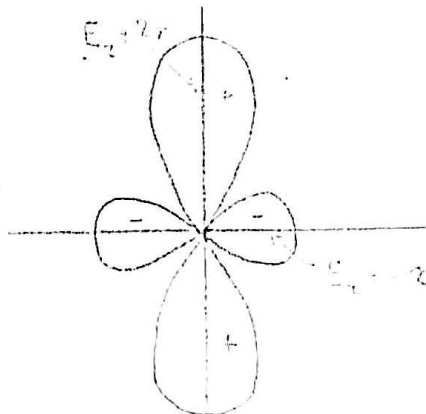
(5) בהלל הריק $n=1$

$$2 R_{\omega} = (3h^2-1)\tau^2 - h^2 - 1$$

$$cR^2 E_z = (3h^2-1)\tau$$

ל- τ בזוויל המקבל ככאן

רדיוס וקוטר E_z , זווית הסטור, כלפי הדיפול

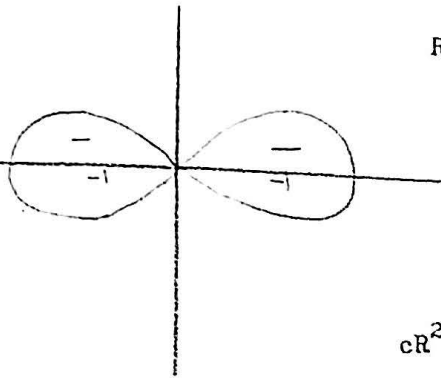


$$RW = h^2 - 1$$



$$\tau = 1$$

ערך החתומי



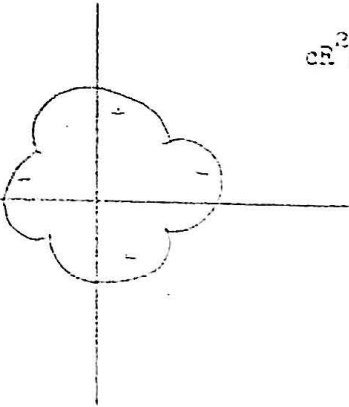
$$\tau > 1 + \hat{\tau}$$

באופן כללי

$$eR^2 E_z = (3h^2 - 1) \left(\tau - \frac{\hat{\tau}}{2} \right)$$

$$(אם $\hat{\tau}$ קרוב לאחד) $1 < \tau < \hat{\tau}$$$

$$eR^2 E_z = \frac{1}{\hat{\tau}} (3h^2 - 1) (\tau - 1) + \frac{1}{\hat{\tau}} (h^2 - 1)$$



אחת הנצאה המקבלת גם בחסות יטור מן המטראות הכלליות של האלקטרומגנטיות כפי שנראה בטעיף 6.

(6) הגדה על דיפול טהלל הריק.

$$I(t) = \frac{t}{4} \quad 0 < t < 4 \quad \text{זרם בדיפול}$$
$$= 0 \quad t > 0$$

$$A_z = \frac{M(t - \frac{R}{c})}{R} = \frac{1}{R} \int_0^{t - \frac{R}{c}} I(\lambda) d\lambda \quad \text{פוטנציאל נחון ע"י}$$

כאשר אורך הדיפול הוא יחידה.

$$E_z = - \frac{\partial^2 A_z}{\partial t^2} + \frac{\partial A_z}{\partial z^2}$$

$$E_z = (3h^2 - 1) \left[\frac{K}{R^3} + \frac{H'}{R^2 c} \right] + (h^2 - 1) \frac{H''}{Rc^2}$$

$$E_z = 0 \quad t < \frac{R}{c}, \quad \tau < 1$$

$$t - \frac{R}{c} < \Delta, \quad \tau - 1 < \frac{\Delta}{R} \quad \tau > 1$$

$$H \left(t - \frac{R}{c} \right) = \frac{(\tau - 1)^2}{2\tau} \frac{R}{c} \quad \hat{\tau} = \frac{c\Delta}{R}$$

$$H' \left(t - \frac{R}{c} \right) = \frac{\tau - 1}{\tau}$$

$$H'' \left(t - \frac{R}{c} \right) = \frac{c}{R\hat{\tau}}$$

$$cR^2 E_z = (3h^2 - 1) \frac{\tau^2}{2\tau} - (h^2 + 1) \frac{1}{2\tau} \quad 1 < \tau < 1 + \hat{\tau}$$

$$cR^2 E_z = \frac{1}{\tau} (3h^2 - 1)(\tau - 1) + \frac{1}{\tau} (h^2 - 1) \quad \tau < 1$$

$$K \left(t - \frac{R}{c} \right) = \frac{\hat{\tau}}{2} \frac{R}{c} + \frac{R}{c} (\tau - 1 - \hat{\tau}) \quad 1 + \tau < \hat{\tau}$$

$$H' \left(t - \frac{R}{c} \right) = 1$$

$$H'' \left(t - \frac{R}{c} \right) = 0$$

$$cR^2 E_z = (3h^2 - 1) \left(\tau - \frac{\hat{\tau}}{2} \right)$$

כוחות המושך על המוט

23

30/3/56

פולס אלקטרומגנטי

נמסכה בדיקת האינטרפרטציה של $J(p, \xi)$. נוסף על המפורט במכתבי מן ה-10.9.56 כתבתי מחדש את כל ההכניות עבור הפוסטנציאל באדמה: (א) חכנית ל- $\xi > 1$ (ב) עבור $\xi < 1$, אחדתי את חשוב האינטגרלים השונים לחכנית יחידה. היום הגיעו לידי $\lim_{\xi \rightarrow \infty} \dots$ ומקדמי האינטגרציה ב-16 נקודות באוסיות בדיוק כפול ולכן אוכל כבר עתה לבדוק ולהפציל את ההכניות בשטח דיוק כפול (ולא רק בשטח פלוטינג). גם חכנית

$$\int_0^{\infty} R(r, \theta) e^{-\omega \xi} d\theta$$

כתובה וקבועי האינטגרציה מוכנים. האינטגרציה תעשה בעזרת אינטרפולציה פולינומיאלית מסדר 11.

עבור חכניות אלה הורחבה התכנית המפרשת כך שתכלול 16 פעולות (במקום 8 פעולות קודם), ונוספה לה פעולת הוצאת שרש בדיוק כפול. שנוי זה נבדק במחשב ונמצא נכון.

הכללה נוספת של החכנית המפרשת מאפשרת כתיבת חכנית עם מספרים מורכבים בדיוק כפול באותו קצור כמו חשוב בטוי ממשי. חכנית זו נמצאת בתהליך בדיקה ותמסר לחנה ולא, לונגמן. היא מקצרת את כתיבת חכניות ה- $W(z)$

בעית ההליום

נכתבה חכנית לחשוב הטורים $F_1(s), F_2(s), G_1(s), G_2(s)$ ונגזרותיהם הראשונות, שניות ושלישיות.

לפי הדרישה שכל פעולות החשוב תעשינה בעזרת המחשב האלקטרוניבלבד, נכתבה עוד חכנית משנה לחשוב χ^2 (בעזרת טור אינסופי) כך שגם כפל הטורים ב- s^m s^n , s^k וכו' יעשה במכונה וכן נכתבו חכניות לחשוב דטרמיננטות מסדר ארבע ושלוש.

היום הגיעה לידי חכנית המקדמים A_1, \dots, L ואחחיל כעת בבדיקה, בדיקת הרכבתה עם חכניות הטורים שכבר כתובות, ובייצור. בזאת נכתבו למעשה עקר החכניות עבור $H_2 I$ ובדיקת הפולס המשודר, אבל נשארה עוד עבודה רבה וארוכה של בדיקת חכניות, חקונן, התחלת ייצור והוספת פרמטרים נוספים להמשך ייצור.

24
 חתום: צפורה אלטרמן
 30/3/56

Handwritten scribbles at the top left of the page.



25

מכון ויצמן למדע

THE WEIZMANN INSTITUTE OF SCIENCE

ג' 3 ק

REHOVOTH • ISRAEL
P.O. B. 26 • PHONE: 259, 301

רחובות ישראל
ת.ד. 26 • טלפון: 259, 301

IN REPLY PLEASE QUOTE

בתשובה נא להזכיר

REF. NO. _____

מספרנו _____

אל : פרופ' ה.ל. פקריס

מאת: צ. אלהרמן

קבלתי בחודה אח מכחבך מן ה-1.9.56 וה-3.9
הנני שולח לך רצוף בזה פרטים על בדיקה האינ-
טרפרטציה של (ψ, χ) וסכום שעות העבודה של
המחשב.

Proceedings of Michigan Symposium on Electro-
magnetic wave theory

טרם הגיע לכאן, ואשמח מאוד לקבל ממך העתק ממאמר
של ון דר פול.

בברכה שנה טובה,

10.9.56

צ' אלהרמן

$$\frac{Hpn}{c} = \frac{pn}{c} Rh = \omega h$$

25

Vertical column of blacked-out text on the right side of the page.

Д(р, z) де н:3C нонСy, лн нр'32

$$(1) \int_0^{\infty} e^{-pt} W(t) dt = \frac{1}{c} \int_0^{\infty} J_0(krx) e^{-Hkx^2+n^2} f(x) dx$$

$$f(x) = \frac{2}{n^2 x^2 + 1 + x^2 + n^2}$$

$$x = ny$$

$$= \frac{1}{c} \int_0^{\infty} J_0\left(\frac{p}{c} nry\right) e^{-Hkn y^2+1} f(ny) n^2 y dy$$

$$f(ny) = \frac{2}{n^2 n^2 y^2 + 1 + n^2 y^2 + n^2}$$

$$= \frac{2}{n^3 y^2 + \frac{1}{n^2} + n y^2 + 1}$$

$$e^{-pt} W(t) dt = \frac{2n}{c} \int_0^{\infty} J_0\left(\frac{p}{c} nry\right) e^{-Hkn y^2+1} \frac{y dy}{n^2 y^2 + \frac{1}{n^2} + y^2 + 1}$$

$$\zeta = \frac{ct}{nR}, \quad t = \frac{nR\zeta}{c}$$

$$pt = \frac{pnR\zeta}{c} = \omega\zeta; \quad \omega = \frac{pnR}{c}$$

$$dt = \frac{nR}{c} d\zeta, \quad r = R^2 - H^2 = R^2(1-h^2)$$

$$\frac{p}{c} nr = \frac{p}{c} nR(1-h^2) = \omega(1-h^2), \quad H = Rh$$

$$\frac{Hpn}{c} = \frac{pn}{c} Rh = \omega h$$

$$(2) \frac{nR}{c} \int_0^{\infty} e^{-\omega t} J_1(\omega) d\omega = \frac{2n}{c} \int_0^{\infty} J_0(\omega \sqrt{1-h^2} y) e^{-\omega h \sqrt{y^2+1}} dy$$

$$\frac{y dy}{n^2 y^2 + \frac{1}{n^2} + y^2 + 1}$$

$$(3) \int_0^{\infty} e^{-\omega t} \frac{1-h^2}{R} J_1(\omega) d\omega = 2 \int_0^{\infty} J_0(2y) e^{-\frac{2h}{1-h^2} y^2 + 1} dy$$

$$\frac{y dy}{n^2 y^2 + \frac{1}{n^2} + y^2 + 1} \quad \omega = \frac{2}{\sqrt{1-h^2}}$$

צד שמאל של משואה (3) חושב באינטגרציה מספרית ע"י שרה עבור 60° $h = 80^\circ$, עבור צד ימין של אותה משואה חנה הכינה חכנית למחשב האלקטרוני, שנגמרה ביום האחרון לפעולת המחשב וכבר לא התקבלו תוצאות. בשבועיים האחרונים זגאל השב במחשב שולחן אח צד ימין של (3) עבור 60° תוצאות הן

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 0.0133$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} R(x) dx = 0.0133$$

הבדל השטח בין האינטגרל האחרון לבין אינטגרל על אותה פונקציה בלי אינסופיות לוגריטמית, נאמר $F(x)$ הוא בערך 0.0005. ז"א

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x} F(x) dx = 0.0133$$

ז"א בלי אינסופיות התוצאה יותר רחוקה מן הערך של הצד הימין.

הפסקתי המשכת חשבים אלה עוד לפני ראש השנה כי אינם מדויקים מספיק ושמתתי שבמכתבך מן ה-1/9 וה-3/9 שהתקבלו היום (9/9) כבר נמצא אישור לבצוע עבודת הבקרה של האינטרפרטציה עם דיוק יותר גדול.

בפלוטינג (floating) אפשר לקבל ציוק של שמונה ספרות. בשטח הדיוק הכפול אמנם אפשר יהיה להשיג דיוק של ספרה אחת או שתיים יותר, אבל צריך להכין סוכרוטינות לחשוב h , h' , והוצאת שורש. חכניות הקיימות כבר עבור שטח פלוטינג. לכן בהתחשב בדחיפות הבעיה החלטתי לחשב את שלשת האינטגרלים המתארים את R מחדש בשטח פלוטינג באותה שטח נחשב גם את האינטגרל בצד שמאל של משואה (3), וצד ימין ישאר בצורת החכנית שעובדה ע"י חנה.

חכנית הכתובה עבור פלוטינג בעזרת החכנית המפשרת, תוכל ללא שנוי לעבור גם לייצור בדיוק כפול או אפילו פלוטינג דיוק כפול ברגע שתהיינה קיימות הסוכרוטינות הדרושות שהזכרתי. אבל נראה לי שחשוב בדיוק עד 10^{-8} **מפרט** יברר באופן חד משמעי הבדל שטחים של 10^{-4} .

3 אלגוריתם

28

SUMMARY REPORT for the MONTH of _____ 1956

U s e r	P R O B L E M	C		P		T o t a l	
		Hrs	Min	Hrs	Min	C	P
Altermann	Di-pole Pulse Potential						
						<u>Total</u>	
	May 1956	6	25	2	50	9	15
	June 1956	2	55	11	40	14	35
	July 1956			25	50	25	50
August 1956		3	25	6	55	10	20
						60	-

פולס אלקטרומגנטי:

נבדקו כל התכניות לחטוב פוטנציאל $\mathbb{R} \cap$ באדמה בדיוק כפול. הן פועלות, ונעשה ייחור עבור $80^\circ, 60^\circ, 40^\circ$. כדוגמה לצורת התוצאות שהתקבלו מצורפת כאן רשימת $\mathbb{R} \cap$ בדצימלי ובהקסה-דצימלי עבור 60° $\frac{\epsilon}{n} = \theta < 1$. התוצאות הקודמות של $\mathbb{R} \cap$ הנן מדויקות, כידוע, עד חמש ספרות, והתוצאות הנוכחיות מתלכדות עם הקודמות בכל מקום באופן חמש הספרות לזחות.

$$\int_{\mathbb{R} \cap} e^{-\omega \theta} d\theta \quad \text{והיא}$$

נבדקה התכנית לחסוב

פועלה. הייצור עבור ערכים שונים של ω יתהיל בימים הקרובים.

$$\int_0^\infty J_1(\omega \sqrt{1-k^2} y) \frac{e^{-\omega h \sqrt{1-y^2}} y dy}{\sqrt{y^2-1} + n^2 \sqrt{y^2-1/n^2}}$$

נכתבה תכניה עבור

אבל החבר שהסוכרוסינה המחשבת את פונקציות בסל אינה נוחתת דיוק מספיק עבור כל רווח הארגומנטים הדרוש לכן נקבל אינסגרציה זו בשני אופנים: א) ע"י השלמת התכנית של חנה.

ב) ע"י השלמת החשובים שחתחילה בהם שרה.

הדו"ח הרבע-טנתי המסכם נמסר לגלוריה להדפסת סטנסלים, והציורים

למטרסטים לשרטוט והעקקה לפי הוראותיהן.

קראתי את מאמרם של *Friedrichs and Keller*. במאמר זה מדוברעל קפיצה בפוטנציאל או בנגזרתו לפי הזמן בנקודות שסימננו ב- $\tau=1$ באור, ב- $\tau = n$ בקונוס וב- $\tau = \tau^*$ באדמה מחוץ לקונוס, והוא מגיעלמסקנות הידועות לנו, שבאור ל- $\tau=1$ ובקונוס ל- $\tau = n$ יש

קפיצה בפוטנציאל, ז"א שמגיעה ההפרעה האלקטרומגנטית הישירה למקום

מסוים יש קפיצה בפוטנציאל, ומחוץ לקונוס ל- $\tau = \tau^*$ אין קפיצה

פוטנציאל אלא רק בנגזרתו. וגם עובדה זו ידועה לנו שהגל חסבור

diffracted גורם לעליה פוטנציאל רציפה.האינסופיות שאנו בודקים מופיעה באדמה מחוץ לקונוס עבור $\tau = n$

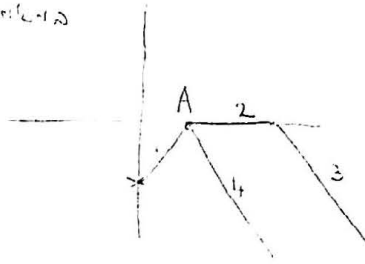
ולא מוזכרת במאמר הנ"ל.

וגם העליה לאינסוף של p_t (עמוד 964) או של נגזרת הפוטנציאל מתקבלת במאמר עבור נקודה A של גל מוחזר בחחזרה שלמה דרך 1A4, מבלי שטייל לאורך השטח המפריד בין האוויר לאדמה דרך 123. מקרה זה קיים אצלנו בקדקד הקונוס בלבד, וחרו הדיפול מימלא מהוה נקודה סינגולרית.

פוטנציאל



באוויר



בעית החליום:

התרכזתי החדש על בעית הפולס האלקטרומגנטי, בכל זאת התהדסו בענין

החליום הדכרים הבאים:

נכתבה תכנית לחשוב הפונקציות $q(s)$ ו $p(s)$. היא נבדקה ופועלת.

נבדקה התכנית לחשוב דטרמיננטות מסדר טלט (כתכנית משנה לתכנית החשוב של דטרמיננטות מסדר ארבע) והיא פועלת. כן נכתבה תכנית לחשוב הנגזרת השניה והטלויטית של F ושל G מתוך המשואות הדיפרנציאליות (ולא מן הטורים) זה דרוש עבור הפונקציות מסיפוס 3 ו-4. ותכנית לחשוב המעריכים m_1, m_2 לכל α וכל Z .

לפי שאלתך: תכנית הגורמים A_1, \dots, L הדרושים לחשוב מקדמי הסורים:

תכנית זו אמנם היתה כהובה ביולי למי שטת הדיוק הכפול הרגיל. אבל כיון שבשטח זה התעוררו בעיות ב-scaling ולא היה מתקבל הדיוק הדרוש בחשובות, כתבתי את תכנית החליום בשטח "שלם וסבר" *modified double precision* וחוסכם שאקבל את תכנית הגורמים אחרי שתהיה מותאמת לשטח זה. ואמנם התכנית הגיעה לידי ב- 30/9/56 כפי שהודעתי בדו"ח הקודם.

לאחר שבדיקת התכנית לקחה עשרה ימים ולא נגמרה, כתבתי אותה מחדש

ובצורה כזו שהתן תוצאות בשלש ספרות דיוק נוסף, בדקתי אותה וכעת היא

פועלת. בעזרתה התקבלו מקדמי הסורים $G_1(s)$, $F_3(s)$.

חזקת מן התוצאות עבור $Z = 2$ $\alpha = 1,704032$ מצורך כאן. התוצאות מתלכדות בשבע ספרות עם הערכים שחושבו ע"י שרה.

לימדתי את יגאל ואת נחמה לכתוב רוטינה בשפת שלש כתובות עבור כסויים אלגבריים, ולרשום את מספרי ה- *code*. וכך יגאל התחיל בכתיבת התכניות הראשונות עבור $He III$. כמובן שהשלמתן ובדיקתן תעשה על ידי. אחת הפעולות הגוזלות מהשכח בעריכת תכנית היא ארגון איטרציה ושנוי חנהונים בצעדים השונים של האיטרציה. כדי להקל בענין זה כתבתי סוברוסינה המפרשת איטרציות ואבדוק אותה בקרוב. דבר דומה נמצא באיזח מחשבים אלקטרוניים וידוע בשם *alpha-B*.

היה טאון האקדמי ביצי תוצאת האפיון בקטור לבסית
 האיטרציה 60° עבור

לפי הטוב המניין שלחן $\int_0^\infty R e^{-\omega\theta} d\theta = 0,0179226142$
 לפי אינטגרציה של תוצאת R בפ"ק כסוף

(אבל עם סוכריות e^{-x} בפ"ק רגיל בלבד)
 (2) $\int_0^\infty R e^{-\omega\theta} d\theta = 0,017912$

הרפרט 0,000001

לפי אותה שטח אינטגרציה - אינטגרל עם מסקט מסוחר (עבור בויג
 האקדמי זה רצעה) בלי אינפיניטי

(3) $\int_0^\infty P e^{-\omega\theta} d\theta = 0,017489$

הרפרט 0,00004233

ובן. מספר עזר ואת עזרם מן הרפרט בין (1) ל (2)

תוצאות יוצר מציאות, ולצ"ל שנית תבינה ביצי
 בימים הקרובים:

$\alpha = 1.741132$ $Z = 2$

He I₃

0123 0100 01370

$16^4 F_{k+1}/2^{k+1}$

$16^4 G_{k+1}/2^{k+1}$

k	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	0A	0-	0C	0.	0E	0	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A
	000001C33.	.08 4.-13.2																									
	000001 6 2	.4966C.F770																									
	0000017--2	.5-0-CEH.82																									
	000000---0	.2555 EF-A8																									
	0000003421	.2381-A92-C																									
	000000046E	.30AC .7033																									
	08	.3.3E310.																									
	000000001A	.7.A-A63A99																									
	4	.40A5401480																									
	0000000006	.6228A10631																									
	A	.76 .83-C																									
	0000000004	.4.765-.50A																									
	-	.0--09A7642																									
	0000000006	.000 -A5107																									
	7	.5.9E-837A3																									
	000000000C	.5635..2249																									
	EA	.4 -ACC00C8																									
	0000000027	.2-26 9 008																									
	-1	.4C 5-8 30																									
	00000000A8	.18-108F6C																									
	E7.	.4E-.6.0 31																									
	00000003-2	.171-15011E																									
	663	.78C-E.3590																									
	0000001A6	.2128C51071																									
	-34.	.18C A47259																									
	000000FA10	.78036999 7																									
	128.	.05-E 9-A22																									

W
W

W
W

G

.760079655
 0001-3AA 2
 00039E419C
 00056.8281
 000723EC.7
 0008C3-0 1
 000A4E-C53
 000-C6C39
 000.2.4A-A
 000E83A-99
 000 C-1-E6
 001104-1C2
 00123167C9
 001352207A
 001467A91.
 001572-C43
 00167403E9
 00176C1-4
 00185-9093
 001942E61-
 001A2293C4
 001A-01-
 001-1113
 001C97.407
 001.5CE159
 001E1C2194
 001E.5. 3
 001 8A6274
 002039EA55
 0020E4-478
 00218A 9C1
 00222CE 6
 0022CAC760
 002364-05.
 0023 A.656
 00248.6298
 00251C7C02
 0025A84734

3858445652
 72.9839C73
 4E293869.4
 17430E6C6
 489-AA 61C
 294AAC8708
 5779-5E198
 1E5A71-770
 50A2E7E 2C
 5 72A0372-
 55 5-4C2-
 502C.68- 2
 43817EC5CE
 0857A26852
 2.066 227-
 74E-95 6-7
 53074AC236
 0C3CE1179A
 603A3.5891
 0.CE3 A431
 31730711469
 4 .46307450
 51304E12-
 4288-61.51
 49630820C1
 7.55784031
 013C86.72
 14AE36A4E-
 1 A263449A
 17.5CA84C0
 7 -1.164 2
 240--496E8
 27A709 40A
 5861C9-8.6
 39-C319-31
 229731 5E3
 4027 -11 C
 45EEC819.A

6

760500000
 761000000
 761500000
 762000000
 762500000
 763000000
 763500000
 764000000
 764500000
 765000000
 765500000
 766000000
 766500000
 767000000
 767500000
 768000000
 768500000
 769000000
 769500000
 770000000
 770500000
 771000000
 771500000
 772000000
 772500000
 773000000
 773500000
 774000000
 774500000
 775000000
 775500000
 776000000
 776500000
 777000000
 777500000
 778000000
 778500000

731

000051935
 000110418
 000165642
 000217905
 000267468
 000314561
 000359387
 000402127
 000442942
 000481976
 000519358
 000555205
 000589624
 000622708
 000654546
 000685216
 000714791
 000743337
 000770914
 000797578
 000823332
 000843371
 000872591
 000896081
 000918880
 000941023
 000962541
 000983466
 001003826
 001023647
 001042954
 001061770
 001080118
 001098017
 001115487
 001132545
 001149210

60°

W
r

6452009797
 3549807802
 4741335903
 6601876266
 8318122050
 8023761959
 8923077412
 7320679865
 4184230549
 1500976908
 4413543583
 9911267668
 2693146167
 8694718238
 6674896297
 8183261893
 6168753143
 2443334107
 4176403364
 9365286011
 2302570451
 8441077040
 5240935085
 9569862628
 8416714361
 2069233819
 6499358227
 5493092747
 2556667394
 2626231518
 3604579653
 7745219106
 2901386424
 3655317334
 2341107677
 9972817409
 7088021831

א) פולס אלקטרו-מגנטי

החגלו שני קשיים בבדיקה האינסופיות של הפוטנציאל האלקטרומגנטי עבור $\theta = 1$.

האחד נובע מן העובדה שבקרבת $\theta = 1$, אינו מתקבל בדיוק מספיק אפילו באינטגרציה ב-16 נקודות גאוסיות, והשני היה קושי בסוברוטינה לחשוב e^{-x} בשסת הדיוק הכפול. כדי להתגבר על קשיים אלה, ההאמתי את התכנית עבור $R(\theta)$ לאינטגרציה ב-48 נקודות גאוסיות ואחס תעשה אינטגרציה בסכיבה הקרובה של $\theta = 1$ ותקנתי את הסוברוטינה e^{-x} בצורה מתאימה כך שחשוב

$$\int_{-\infty}^{\infty} R(\theta) e^{-\omega \theta} d\theta$$

יעשה מיד אחרי קבלת ההוצאות המתוקנות של $R(\theta)$.
החקבלו הערכים עבור האינטגרל על פונקצית בסל

$\int_{-\infty}^{\infty} J_0(\omega \sqrt{1-h^2} y) \frac{e^{-\omega \sqrt{1-h^2} y}}{\sqrt{y^2 + h^2}} dy =$	$.034277847$	$h = \cos 30^\circ$
	$.017322142$	$h = \cos 60^\circ$
	$.0053642377$	$h = \cos 40^\circ$

כל זה עבור

$$\omega = \frac{2}{\sqrt{1-h^2}}$$

נשלח הדו"ח הסופי על הפולס האלקטרומגנטי.

ב) בעיית ההליום

נבדקה תכנית המעריכים z_1, z_2 והיא פועלת. החקבלו תוצאות עבור מקדמי הסורים מסוג 4 והחקבלו ערכי הסורים 3 ו-4 ונגזרותיהם עבור $S = 6; 5,99; 5,98$ סכום תוצאות אלה מצורף כאן.

16/06/2020 13:50

מערכי הסורים $F_3(6)$, $G_3(6)$ ונגזרותיהם התקבלו $q(6)$, $p(6)$,
 המהווים יחד את הערכים ההתחלתיים לאינטגרציה של המשוואות הדיפרנ-
 אליות לפי שטח רונגה-קוטה.

תכנית רונגה-קוטה, שנבדקה עוד במחשב עם הזכרון האטי, הוחאם
 למספר נחונים חדשים במחשב עם הזכרון המהיר, נבדקה שוב, ובעת
 אינטגרציה זו מוכנה לייצור.

עבור פתרון משוואת $He III$ נכתבו תכניות לחשוב מקדמי הסורים,
 לחשוב מקדמי המשוואה ממעלה שלישית עבור מעריכי הסוקות ולפתרון
 דטרמיננטה מסדר שש. התכניות כתובות לעת עתה בצורה כללית, ורצוי
 להפעילן בשטח דיוק כפול *floating* ברגע שתיינה הסוכרוטינות עבור
 שטה זו.

בחוכרה הנוסחות ניתנים המעריכים n_2, n_3 המופיעים בטורים $F_2(6)$
 $He III$ רק בדיוק של חשע ספרות. אילו יכולתי לעיין בנוסחות המקוריות,
 הייתי מחשבת אותם בדיוק יותר גדול, וכן רצוי לבדוק אם לא נפלה טעות
 בהדפסת אחד הבטויים עבור מקדם של טור. אשמח מאד אם תואיל להודיעני
 איפה אוכל למצא את אוסף הנוסחות המקורי.

ג) נבדקה התכנית לאיטרציה אוטומטית עם שנוי כחכות בפקודה. במסגרת
 ההרצאות על חשויים במחשב האלקטרוני, הרציתי על תכנית זו, על תכניות
 המפרשות ועוד מספר סוכרוטינות שכתבתי במשך הזמן, כי היו דרושות
 לעבודתי השוטפת, ומסרתי העתק מהם ותאור שלהם לידי דכינוביץ.

הסוכרוטינות שנמסרו הן:

- (1) תכנית הפרשה ציוק כפול 8 פעולות
- (2) " " " " " 16
- (3) פעולות ציוק כפול עם האצאה שיש ותכנית הפרשה: טאה לתכנית
 ראשית ואה לתכנית המשך
- (4) תכנית איטליזיה
- (5) תכנית הונק קוטה ציוק כפול
- (6) פעולות ציוק כפול עם תכנית הונק קוטה
- (7) תכנית בציקה לשם כקבא
- (8) " " " " " מוניטורינג
- (9) תכנית הפרשה 16 פעולות זגלא לשם ושבר
- (10) פעולות לשם ושבר עם תכנית הפרשה מוחזק מוחזק
- (11) " " " " " עם האצאה שיש ותכנית הפרשה
 אה לתכנית ראשית ואה לתכנית המשך
- (12) תכנית הטא צאה מניקא משה לשם
- (13) קבוצים אלוץ גריזיה פועילאליה
- (14) תכנית צוק מוחזק גשלה לשם ושבר

במסגרת קורס
 לא תכנית טעמי
 מן 20 למשך צה ושם
 3

3 אגרימ

פולס אלקטרומגנטי:

הושלמה האינטגרציה ב-48 נקודות גאוס לחשוב הפוטנציאל R_1 בסביבה עבור הזוויות 60, 40, ו-80. מידת ההתאמה לחוצאות שהושגו כאינטגרציה ב-16 נקודות גאוס:

(א) במרחק גדול מ- $\theta = 1$ לפי אינטגרציות נסיון מועטות ההתאמה עד 15 או 16 ספרות.
(ב) עבור $1.1 > \theta > 0.9$ יורדת ההתאמה קודם ל-8 עד 9 ספרות, ובסביבה $1,001 > \theta > .999$ ההתאמה יורדת עד לספרות הראשונות, לדוגמה:

θ	R_1 לפי 16 נ.ג.	R_2 לפי 48 נ.ג.	40° ===
.9910	.48903297839	.48903297812	
.9990	.70470715106	.70470718813	
.9999	.926267650490	.926316464918	
.99999	-	1.14795546621	
1.00001	-	1.19476892071	
1.0001	.97291530659	.97296197949	
1.004	.61646411430	.61646411514	

חושב R_2 (סמן מקוצר R_2) ל-60 ול-40 בעזרת אינטגר-

פולציה פולינומיאלית מסדר 11. החקבל:

$$\int \eta = \begin{cases} .0179133 & 60^\circ \\ .0053642018 & 40^\circ \end{cases}$$

לפני בדיקה נעשתה אותה אינטגרציה באינטרפולציה מסדר ששונתנה עבור 40° .005364229

מכאן אפשר להניח שהערך של $\int \eta$ מדויק עד ספרה השיעית הוא .005364202. ההבדל בינו לבין האינטגרל על פונקציה בסל $3,6 \cdot 10^{-8}$ עבור פונקציה משוערת S שאין לה אינסופיות בסביבת $\theta = 1$

החקבל $\int_{.95}^{1.1} S e^{-\omega \theta} d\theta = .002159$

לעומת $\int_{.95}^{1.1} \eta e^{-\omega \theta} d\theta = .002556$

מכאן ההבדל בין האינטגרל על η לזה על פונקציה משוערת (מקור ליח)

$.3,97 \cdot 10^{-4}$

מסקנה: ההתאמה בין J_1 ל- J_2 היא בארבעה סדרי גדל יותר טובה מן
 ההתאמה בין J_2 ל- J_3 משוער. זאת, נוסף על הקשר שהתקבל
 כבר מתוצאות קודמות לזויות אחרות:

$$J_1 < J_2 < J_3$$

עבור 60° התקבלו הערכים הבאים:

$$J_1 = 0.0179226$$

עם פרכי J_1 לפי אינטגרציה ב-16 נקודות גאוס וסוברוטנינה בדיוק רגיל.

$$J_2 = 0.0179118$$

עם פרכי J_2 מחוקנים ו- בדיוק כפול.

$$J_3 = 0.0179133$$

$$J_4 = 0.01749$$

$$J_1 - J_2 = 4,3 \cdot 10^{-4}$$

$$J_2 - J_3 = 9,3 \cdot 10^{-6}$$

מכאן שההבדל בין J_1 ל- J_2 הוא כ- 450 ההבדל בין J_2 ל- J_3 משוער.

לפי השואת התוצאות של J_1 באינטגרציה בקבוצות של 11 נקודות ושל 6 נקודות, נראה שבסביבת $\theta = 1$ הדיוק מספיק, אולם ל- $1.1 > \theta$ מידת הדיוק עדין לקויה, ויש לצפות לתוצאות יותר טובות עבור 60° אם נדיק יותר ל- $1.1 > \theta$. לשם כך נמצא בימים הבאים ערכים נוספים של עבור $3 \leq \theta \leq 8$ ונבדק באיזה מידה הם משנים את J_1 . ברור שהם ישפיעו על תוצאות 60° יותר מאשר על תוצאות 40° , בגלל הגורם $e^{-\frac{2}{\theta-1}}$ מסכה זו, וכן בגלל הבדל השטחים של J_1 הקטן, התוצאות עבור 80° ברורות עוד פחות.

כל התוצאות הנ'ל התקבלו במחשב רק אחרי ה-19/12 כי לפני זה, גם בימים שהמכונה פעלה, היא נתנה תוצאות עם שגיאות. נעשה גם אינטגרציה אנליטית של J_1 בגבול ל- $\theta \leftarrow 1$ ונסוק ממנה אבר חיקון לאותה שגיאה שבהכרח תופיע בכל אינטגרציה מספרית שיקם לקחת בחשבון רק ערכי פונקציה סופיים. ניתן לסכם שגם לפני שתקון האנליטי והערכים הנוספים ל- $8 < \theta < 3$ בידינו, הגענו לתוצאה שהטרנספורם של $R(1)$ בעל אינסופיות, מחאים לטווי שאינטרפרטציה שלו חפשונו בחר דיוק מן הטרנספורם של פונקציה ומה ל- $R(1)$ וללא אינסופיות.

44

16/06/2020 13:41

כזמן שהמחשב לא פעל חלה התקדמות בכתיבת התכניות עבור F_2 והסוכרוסינות הכלליות. פרוט הדברים יסמך אחרי בדיקה במחשב. התוכנות של האיליאק הנן פרסיות של ד"ר רבינוביץ והיה טוב להזמין עבור המחלקה.

א. גולדמן

45

פולס אלקטרומגנטי

בהתאם להשערות שבדו"ח חדש דצמבר 1956, נבדקו האינטגרציות עבור $h = \cos 60^\circ$ ל- $3 < \theta < 8$ וכן ל- $2,2 < \theta < 1,2$ באופן הבא:
(א) חושבו ערכי $\Pi(\theta)$ למספר θ_i גדול פי עשר ממספר ה- θ_i שנלקחו ברווחים קטנים מקודם ונעשתה אינטגרציה עליהם. התוצאות החלכדו עם התוצאות הקודמות בשמונה מקומות.

הערכת השגיאה באינטגרציה המספרית בסביבת $\theta = 1$ שוב ל- $h = \cos 60^\circ$ ההנחה שבסביבת $\theta = 1$ מתנהג הפוטנציאל כמו $\Pi = a \lg(1-\theta) + b$ (ל $\theta > 1$) לא נתנה קרוב מספיק טוב. לפי הנחה

$$\Pi = a \lg(1-\theta) + b + c(1-\theta) + d(1-\theta)^2$$

חושבו המקדמים a, b, c, d ונעשתה אינטגרציה על בטוי זה עבור $\Pi(\theta)$, והתוצאה

$$\int_{1-10^{-4}}^1 e^{-\omega\theta} (a \lg(1-\theta) + b + \dots) d\theta \leq .00000611$$

לעומת האינטגרציה המספרית שנחנה

$$\int_{1-10^{-4}}^1 e^{-\omega\theta} \Pi(\theta) d\theta = .00000610$$

מכאן שהאינטגרציה המספרית מדויקת בסביבת $\theta = 1$ עד לשבעה מקומות לפחות.

תוצאה דומה החקבלה גם מתוך הערכת הבטוי עבור Π בצורה הבאה:

$$\Pi = \int_0^{\pi/2} A(\varphi, \theta) d\varphi = \int_0^{\varphi_1} + \int_{\varphi_1}^{\pi/2}$$

$$\begin{aligned} \infty &\leftarrow A(0, \theta) \\ 1 &\leftarrow \theta \end{aligned}$$

$A(\varphi, \theta)$ סופי וחסום לכל θ כאשר $\varphi_1 < \varphi < \pi/2$ נקח במיוחד φ_1 כאבציסה הגאוסית הראשונה במידת קרוב מספיקה, נוכל לרשום

$$\int_{\varphi_1}^{\pi/2} A(\varphi, \theta) d\varphi = \sum_{i=1}^{48} a_i A(\varphi_i, \theta) - \alpha A(\varphi_1, \theta)$$

ההנחה היא שבאינטגרציה ב-48 נקודות גאוס אנו מחקרבים בדיוק מספיק לאינטגרל מ-0 עד $\pi/2$ של פונקציה שהיא סופית גם ל- $\varphi = 0$ ושמקבלת ב-48 הנקודות φ_i את הערכים $A(\varphi_i, \theta)$.

עבור $\int_0^{\varphi_1}$ נוכל לתח הערכה מתאימה עבור האינטגרנד כאשר $\theta \leftarrow 1$ כך שהאינטגרל ניתן לחשוב בפונקציות אלמנטריות. אז ניתנה לבצוע גם האינטגרציה

השניה על θ והחוצאה הסופית היא: 1

$$\int_{1-10^{-4}}^1 e^{-\omega\theta} \pi d\theta = \int_{1-10^{-4}}^1 \int_0^{\psi_1} + \int_{1-10^{-4}}^1 \int_{\psi_1}^{\pi/2} \leq \int_{1-10^{-4}}^1 \int_0^{\psi_1} + \int_{1-10^{-4}}^1 \pi e^{-\omega\theta} d\theta$$

פ.י. א.י. צ.י. א.ס.פ.י.י.

$$\int_{1-10^{-4}}^1 \int_0^{\psi_1} \leq 5 \cdot 10^{-2} \quad \int_{1-10^{-4}}^1 \int_0^{\psi_1} \leq 5 \cdot 10^{-8}$$

לכן גם בדרך זו אנו מגיעים למסקנה שהשפעת העליה לאינסוף מופיעה רק בספרה השביעית או שמינייה. ואם כן האינטגרציה המספרית מדויקת עד לשבע ספרות על סמך כל הנ"ל ולפי המספרים שניתנו בדו"ח חדש דצמבר הגענו למסקנה: סיכום בדיקת האינסופיות של הפוטנציאל :

הבעיה היא:

כאג $J(\theta)$ הוא האינטרפרטציה של אינטגרל על פונקציה בסל שנסמנו J_0 . ז"א האם קיים השויון

$$(1) \int_0^\infty e^{-\omega\theta} \pi d\theta = J_0$$

או אולי האינטרפרטציה של J_0 היא איזה פונקציה S שאינה עולה לאינסוף עבור $\theta \leftarrow 1$ ואז

$$(2) \int_0^\infty e^{-\omega\theta} S d\theta = J_0$$

ולאחר שכל הבטויים אישיליים היה נובע מזה

$$(3) \int_0^\infty \pi e^{-\omega\theta} d\theta > J_0$$

המסקנה: בכל המקרים שנבדקו לא התקבל אף פעם אישויון (3) אלא תמיד

$$\int_0^\infty \pi e^{-\omega\theta} d\theta \leq J_0$$

ומכיון שלפי ההגדרה של S תמיד $\int S \leq \int \pi$, הרי $\int \pi$ יוחר קרוב ל- J_0 .

מ- $\int S$ ונראה שהטרנספורם של π מחאים ל- J_0 ולא הטרנספורם של פונקציה משוערת בלי אינסופיות ל- $\theta = 1$. עבור 60° התקבל

$$\int J_0 - \int \pi = 9.3 \cdot 10^{-6}$$

$$\int J_0 - \int S = 4.3 \cdot 10^{-4}$$

$$\frac{\int J_0 - \int \pi}{\int J_0 - \int S} = \frac{1}{50}$$

עבור 40° המצב עוד יותר ברור

$$\int J_0 - \int J_1 = 3.6 \cdot 10^{-8}$$

$$\int J_0 - \int S = 4 \cdot 10^{-4}$$

$$\frac{\int J_0 - \int J_1}{\int J_0 - \int S} = \frac{1}{10000}$$

במאמר של v. d. pol לא ברורה לי המסקנה שעבור $1 < \alpha < h$ מופיע גל שטח. הסענה היא שהגל בעל צורה $x^2 + y^2 - vt^2$ וזו בודאי הצורה של גל בשני ממדים. לעומת זאת כל גל נפח בעל צורה $f(R - vt)$ כאשר $R^2 = x^2 + y^2 + z^2$ וברור שעל השטח $z = 0$, זה דומה לבטוי עבור גל שטח מבלי שכל גל נפח נהפך לגל שטח עבור $z = 0$. נראה לי שיש לבדוק את הבטוי עבור $z \neq 0$ ורק אז אפשר לקבוע אם קיים כאן גל שטח או לא.

בעית ההליום

בוצעה אינטגרציה לפי רונגה-קוטה עם ערכים התחלתיים $s = 6$, $F_3(6)$, ופונקציות q, p מתאימות. לשם בדיקה נעשתה האינטגרציה מ- $s = 6$ עד $s = 5,99$ ו- $s = 5,98$ בלבד. השואת התוצאה עם ערכי $F_3(5,99)$, $G_3(5,99)$ שחושבו בעזרת הטורים האסימפטוטיים נתנה איהתאמה בספרה החמישית למרות שהאינטגרציה לפי רונגה קוטה מדויקת עד ספרה 12. טבלת התוצאות ל- $s = 5,99$ היא:

	$F_3(s)$	$G_3(s)$
ערך התחלתי לפי הטורים האסימפטוטיים $s = 6$.5098690587	-.0160730626
לפי הטורים $s = 5,99$.5110469059	-.0161656917
לפי אינטגרציה עם אורך צעד $h = 1/100$ $s = 5,99$.5110419748835	-.0161674434462774
לפי אינטגרציה עם אורך צעד $h = 1/200$ $s = 5,99$.5110419748862	-.0161674434462279

בגלל איהתאמה זו נבדקו מחדש תכניות האינטגרציה וחשוב הטורים ולאחר שבאלה לא נמצאה כל שגיאה הצגנו את ערכי הטורים וניגזרותיהם במשוואות הדיפרנציאליות המקוריות והתקבלה אי התאמה לכל הטורים חוץ מ- $F_1(s), G_1(s)$ לכן עברנו לבדיקת נוסחות הרקורסיה לחשוב הטורים.

התאשרה מחדש נוסחת הרקורסיה למקדמי הטור $G_1(s)$ והיא

$$G_{n-1} = a_n F_n + b_n F_{n-1}$$

לעומת זאת התקבל שנוסחת הרקורסיה למקדמי $G_2(s)$ צריכה להיות

$$G_m = a_m F_m + b_m F_{m-1}$$

ועבור מקדמי $G_4(s), G_3(s)$ התקבל

$$G_k = a_k F_k + b_k F_{k+1}$$

הדבר נובע מן ההבדל שבין צורת הכתיבה של הטורים $F_1(s), F_2(s), \dots$ לבין כל שאר הטורים; צורתם היא:

$$F_1(s) = \sum F_n s^n$$

$$F_2(s) = s^2 \sum F_n s^n$$

$$F_3(s) = s^{h_1} \sum \frac{F_k}{s^k}$$

$$F_4(s) = s^{h_2} \sum \frac{F_k}{s^k}$$

$$G_1(s) = \sum G_n s^n$$

$$G_2(s) = s^{2-1} \sum G_m s^m$$

$$G_3(s) = s^{h_1-1} \sum \frac{G_k}{s^k}$$

$$G_4(s) = s^{h_2-1} \sum \frac{G_k}{s^k}$$

כדי שהטור $G_1(s)$ יהיה בעל מבנה דומה לכל שאר הטורים, אפשר לכתב אותו כך:

$$G_1(s) = s^{-1} \sum G'_n s^n$$

$G'_0 = 0$ כך שהטור $G_1(s)$ רגולרי בראשית, כפי שדרוש. ובסימון החדש תהיה נוסחת הרקורסיה למקדמיו דומה לנוסחות הרקורסיה של שאר הטורים:

$$G'_n = a_n F_n + b_n F_{n-1}$$

בהתאם לתקון זה, חושבו מחדש כל הטורים $G_i(s)$ ($i = 2, 3, 4$) ונגזרותיהם. הצגת ערכים חדשים אלה למשוואות הדיפרנציאליות נתנה התאמה מלאה.

נעשתה אינטגרציה לפי רונגה קוטה בעזרת הערכים החדשים ותוצאות הבדיקה

	$F_3(s)$	$G_3(s)$ הנם כעת:
התחלתי לפי הטור	$s = 6$.5098690587
לפי הטור	$s = 5,99$.5110469059
לפי אינטגרציה עם צעד $h = 1/100$	$s = 5,99$.5110469065254
לפי אינטגרציה עם צעד $h = 1/200$	$s = 5,99$.5110469065260
		-.0964383724
		-.09683249348
		-.0968324935854
		-.0968324935853

רואים שיש התאמה עד מידת הדיוק של חשוב הטורים והאינטגרציה מדויקת אפילו לשתי ספרות נוספות לפחות.

השואה החוצאות של אינטגרציה רונגה קוטה לערכי הסורים $G_4(S), F_4(S)$
גם כן נחנה החאמה מלאה ועברנו לאינטגרציה עד $S = 2$. הוצאות ראשונות
מראות שאורך צעד $h = 1/100$ אינו מבטיח דיוק מספיק.

אחרי קריאת המאמר על חכניה FLINT שהיא חכניה של floating
interpretation נראה לי שסוברוטינות floating של ד"ר רבינוביץ יחד עם
החכניה המפרשת לשלש כתבות וחכניה האינטגרציה מהווים מערכת משוכללת
לפחות כמו FLINT, הוץ מחכניה מפרשת שלש כתבות אפשר לכתב גם כאן
חכניה מפרשת לפי שטח כתבה יחיד one addr.system ולהביא להקלות רבות
למחנן החכניות.

ניתן לסכם שעבור HeI קיימות כל התכניות, בדוקות ופועלות, התקבלו תוצאות ראשונות המתאימות לחשובים כיז ולמשואות הדיפרנציאליות הנתונות, ושאר הב במחשב לקרובים השונים עבור α ול- Z שונים. מבחינה זו אפשר לראות את ה-קודינג של HeI כמושלם, ואסטר פיצוי אג-ה"3 אקס פאקס האחסונים.

העבודה שנמשכת עדין היא להשגת מכניזציה נוספת. אין לצפות למכניזציה מלאה, ז.א. תכנית אחידה שמקבלת ערכי Z, α ראשונים ומוציאה את הקרוב הסופי עבור α , כיון שחלק מן התכניות כתובות לפי שטת דיוק כפול וחלק לפי שטת שלם ושבר, בהתאם לפעולות החשוב השונות המתקבלות בדיוק מקסימלי בשטות שגם בגלל אורך התכניות, מבחינת זמן הפעולה, נראה שכדאי לייצר את התוצאות בשלבים. בכל זאת ניתן עדין לאחד ולהכליל תכניות אחדות. התחלתי בדבר ע'י כתיבת תכנית כללית לחשוב טורים או טורים אסימפטוטיים מצורה

$$(1) \quad X^\lambda \sum a_n (\alpha x)^n$$

ונגזרותיהם עד לסדר רצוי. חלק מן התכנית כבר פועל.

סוברוטינות כלליות נוספות שנכתבו ופועלות, הן: תכנית להדפסה, להפוך מדצימלי לבינרי ולהפוך מבינרי לדצימלי בעזרת פקודות של שלש כתבות, ותכנית לחשוב מקדמי הנגזרות של טור מצורה (1) כאשר נתונים

3. א. א. ח. מ.

בעיה ההליום

בדו"ח חדש ינואר הראינו שאינטגרציות נסיון לפי שטח רונגה קוטה נתנו תוצאות מתאימות לערכי הטורים. לפי זה המשכנו את האינטגרציה מ- $S=6$ עד $S=2$ סקלינג מתאים ואורך צעד $h = .002$ מבטיחים דיוק של 11 ספרות לכל ערכי הפונקציות עד $S=2$. אי אפשר להגדיל את הדיוק על ידי הקטנה כרצוננו של h , כי שגיאות העיגול (round off) תהיינה גדולות מדי. בכל זאת אפשר עדין להגיע לדיוק מוגדל בעזרת $h = .001$. הדבר לא נעשה כעת, כי הנתונים ההתחלתיים היו ידועים רק בדיוק של חשע ספרות, והזמן הדרוש לאינטגרציה של כל אחת מן הפונקציות במחשב הוא כשעתיים וחצי עבור $h = .002$. ל- $h =$ אלפיה, זמן האינטגרציה כפול.

התוצאה:

$$F_3(s), F_4(s); G_3(s); G_4(s)$$

צורת כל הפונקציות האלה - צורת היפרבולה. שרטוט הפונקציות ניתן רצוף פה.

מתכנית רונגה קוטה מתקבלת גם הנגזרת הראשונה של הפונקציות, ומן המשוואות הדיפרנציאליות מסדר שני ניתן לחשב את הנגזרת השניה והשלישית, כל זה נעשה עבור $S=2$. כן חושבו $F_2(2), F_1(2)$ ונגזרותיהן ולפי כל זה התקבל ערך הדטרמיננטה

$$\Delta_4(\alpha, Z, s) = -.6024$$

עבור $s = 2$; $Z = 2$; $\alpha = 1,704032$ בהנחה שאברי הדטרמיננטה מדויקים עד 9 ספרות.

הרי ערך הדטרמיננטה מדויק בארבע הספרות הנתונות כאן. ערכה מחלכד עם ערך הדטרמיננטה שחושבה במחשבי שלחן בספרה הראשונה בלבד.

56.0417352810	55.2448775048	433.2298306800	274.6585577800
145.6547608340	145.5366548697	-586.1732426400	-372.1171344500
370.2407135200	369.6954920397	1271.5001143046	807.2758433407
933.0833976900	931.7909925301	-3621.9886180102	-2299.6384806867

עמוד 1 ו-2 ועמודות 3, 4 כמעט פרופורציוניות, או הפונקציות 1, 2 והפונקציות 3, 4 כמעט אינן בלתי חלופיות. לכן בדקנו אם אולי מתקבלת איתלות יותר בולטת של הפונקציות בסביבת S -ים אחרים. התוצאות מסוכמות בלוח הרצוף.

נראה משם ש- $\frac{F_3}{F_4}$ משתנה מ-6 עד $S = 0.5$ בלבד והיחס F_1/F_2 משתנה עוד פחות בין $S = 6$ לבין $S = 2.5$, אבל ל- $S = 2.5$ עד $S = 0.5$ יש שנוי ניכר בערכי המנה F_1/F_2 ויש לצפות לרגישות גדולה יותר של הדטרמיננטה עבור $S = 0.5$. דבר זה ידרוש איטגרציה זהירה ביותר לפי רונגה קוטה לקבלת ערכים מדויקים של F_3 ו- F_4 עבור $S = 0.5$ וייתכן שנעשה אינטגרציה זו בעתיד בשטת פלואטינג דיוק כפול.

כדי להקל על הייצור במחשב נכתבה תכנית לחשוב הנגזרת הראשונה של הפונקציות לפי התכנית רונגה קוטה. כיון שתכנית רונגה קוטה כתובה בשטת דיוק כפול, גם התכנית זו נכתבה באותה שטה, אבל תוצאותיה יוצאות מן המחשב כבר כתובות בצורת שלם ושבר ומשמעות, כפי שהן, כנתונים לחשוב הנגזרות הגבוהות יותר מן המשוואות הדיפרנציאליות שהתכנית עבורן כתובה בשטת שלם ושבר. גם לתכנית לחשוב מעריכי החזקות η_1, η_2 הכתובה בשטת דיוק כפול, הוספנו תכנית המוציאה את ערכי η_1, η_2 יחד עם פרמטרים נוספים בצורת שלם ושבר ובצורת ארבעה סרטי נתונים לחשוב המקדמים של הטורים $F_i(s)$, $G_i(s)$, $i=1,2,3,4$. תודות לתכניות נוספות אלה לא נשארה עבודה רישום והדפסה בין השלבים הנ"ל של החישוב, דבר החוסך זמן ומונע שגיאות.

חשובי He I מחלקים כעת לשלבים הבאים:

נחון α, Z

מעגל החשוב ל- He I :

זמן ייצור

2 דקות

(1) חשוב n_1, n_2 בדיוק כפול

" 10

(2) בעזרת $Z, \alpha, 0$ חשוב מקדמי הטורים 1

" 10

2 " " "

" 10

3 " " "

" 10

4 " " "

" 20

(3) חשוב הטור $F_4(s)$ ונגזרותיו ל- S שונים

" 20

" " "

" 20

" " "

" 20

" " "

" 10

(4) חשוב ²¹⁰אסימפטוטי $F_3(s)$ ונגזרותיו ל- S שונים

" 10

" " "

" 10

" " "

" 10

" " "

" 10

" " "

" 3

(5) חשוב p_3, q_3 מ (4)

" 3

" p_4, q_4 "

" 90*

(6) אינטגרציה רונגה קוטה של טורים 3 ל- h_1 עד $S = 2$

" 150

" " h_2 " " " "

" 90

" " h_1 4 " " " "

" 150

" " h_2 " " " "

" 15

(7) חשוב נגזרת ראשונה של טורים 3 לפי הוצאות

" 15

רונגה קוטה והכנת הנהונים לנגזרות הגבוהות

" 15

" " 4 " " " "

" 20

(8) חשוב נגזרת שניה ושלישית של פונקציות 3 (50)

" 20

4 " " " " "

" 20

(9) חשוב הדטרמיננטה Δ_4 (20)

1548 דקות

= 26 שעות

* כאשר נעבור לאינטגרציה עד $S = .5$ זמן האינטגרציה יגדל כאופן מתאים.

חשוב $F_3(s)$ בעזרת שבר משולב מתאים לתוצאות האינטגרציה בחמש ספרות עבור $S = 2$, ומאחר שתוצאות האינטגרציה מדויקת עד 11 ספרות, הרי צריך עדין לשפר את מידת הדיוק בחשוב בעזרת שבר משולב.

התכנית לחשוב טור ונגזרותיו בצורתה הסופית מחשבת בטוי מהצורה

$$x^b \sum_{i=0}^m a_i \alpha^{\pm i} \left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\pm i}$$

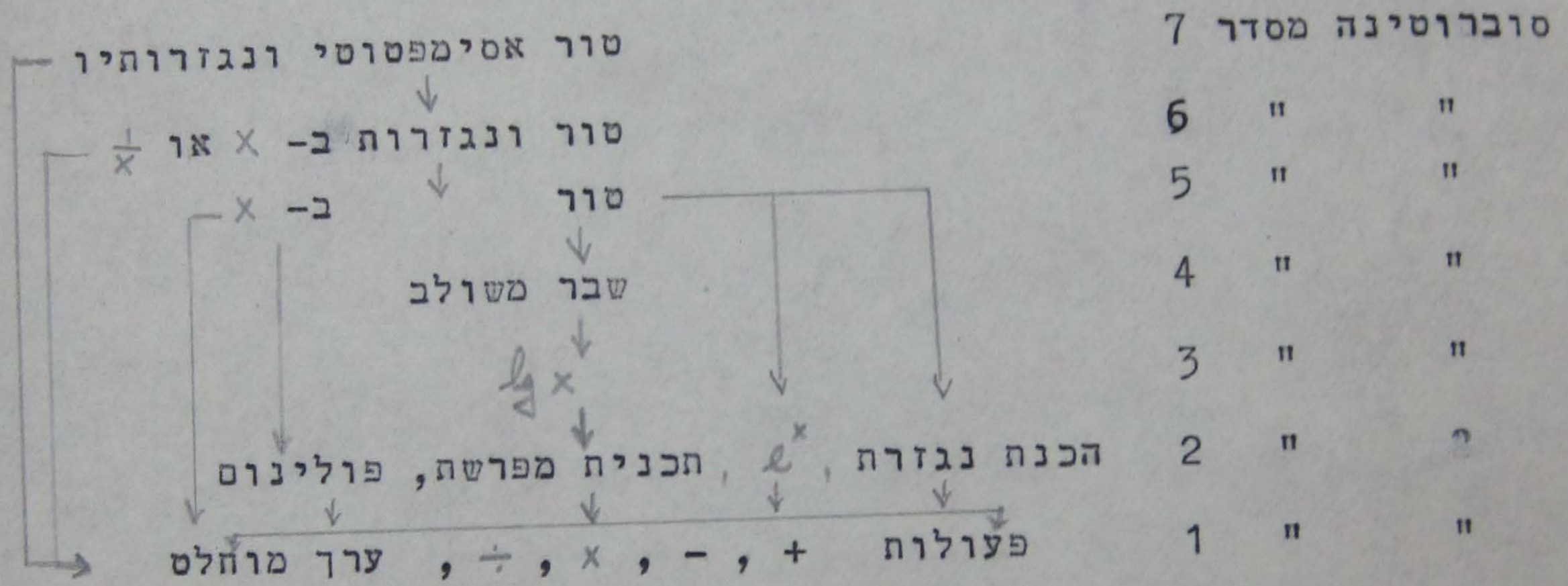
ונגזרותיו עד סדר רצוי לכל a_i, α, m, b נתונים ולסדרת x - ים נתונה.

התכנית כתובה בשטח שלם ושבר, נבדקה ופועלת.

תוספת לתכנית מאפשרת גם חשב טור אסימפטוטי בעל הצורה הנ"ל ונגזרותיו.

תכנית זו הנה סוברוטינה מסדר שבע המסתמכת על ס'ה 13 סוברוטינות משנה.

מבנה התלות של התכנית בסוברוטינות השונות הנו כדלהלן:



התכנית כוללת חסות אסימפטוטי לערכי x שאינם
 אלא כבר סוברוטינים מסדר 8 הבאה מעל לפולינום הנ"ל

משואות בולצמן

לשם אינטגרציה של משואות בולצמן במחשב נעשו הפעולות הבאות:

(1) דריבציה מחדש של הטור ל- $P(p)$, של משואת המעריכים והוחלל בחשוב מחדש של אברי הטורים y_1, y_2, y_3 עד למקדם של p^{14} . המקדמים יחקבלו בצורת שברים רציונליים, כדי לחשבם בדיוק למעלה מתשע ספרות.

(2) הוכן סרט פעולות פלואטינג דיוק כפול והוא נבדק ופועל.

(3) נבדקת תכנית רונגה קוטה בדיוק כפול פלואטינג.

(4) הוכנה התכנית לחשוב $P(p)$ ולאיינטגרציה של המשואה הדיפרנציאלית, לפי שטת רונגה קוטה.

(5) הוכנה תכנית לחשוב הנגזרות של y_1, y_2, y_3 עבור אינטגרציה רונגה קוטה והיא נמצאת בשלב בדיקה.

עם השלמת הבדיקה של התכנית הנ"ל ישארו השלבים הבאים של עבודה:

(1) תכנית לחשוב הנגזרות של y_1 עבור אינטגרציה רונגה קוטה,

(2) בצוע האינטגרציה של כל אחת מן הפונקציות y_1, y_2, y_3 כל אחד בשני אורכי צעד h לפחות,

(3) חשוב הגורמים A, B לחשוב $y = y_1 + Ay_2 + By_3$

(4) חשוב אינטגרל הבדיקה, יעשה על ידי הוספת משואה ששית למערכת המשואות הדיפרנציאליות מסדר ראשון שעליהן נעשית אינטגרציה רונגה קוטה עלינו ל למצא

$$\mu = \text{const} \int_0^{\infty} p^2 y(p) dp$$

נסמן

$$\mu(p) = \int_0^p x^2 y(x) dx$$

ונוסיף למערכת המשואות $\mu(p) = p^2 y(p)$

(5) חשוב $p^2 D(p) \psi(p)$. זה יעשה בשני שלבים נפרדים. הראשון, בסכיבת

$0 < p_2 < p$ על ידי פתוח לטורים ואינטגרציה אברת אבר. שלב שני, עבור

תיעשה אינטגרציה במחשב. התכנית לכך תכלול כסוברוטינות אחת תכנית רונגה קוטה ואת התכנית לחשוב הפונקציות $E(p), H(p)$ וכן תכנית מתאימה לחשוב אינט-גלים. הכנת תכנית כוללת זו עלולה לדרוש זמן רב.

ההפניות לשלבים באים כיוון y_1, y_2, y_3 בתורו של p וכו'

$$\int_0^{P_0} \varphi(x) dx = a_0$$

$$\int_0^{P_0} x^2 \varphi(x) dx = b_0$$

$$\int_0^{P_0} \varphi(x) H(x) dx = c_0$$

$$\int_0^{P_0} \varphi(x) E(x) dx = d_0$$

א צורה הנוסחה, כפי שהיא תחושב במכונה, תהיה:

$$p^2 D(p) \varphi(p) = p^5 + (2B + a_0) H(p) + (b_0 - 2A) E(p) - c_0 - p^2 d_0$$

$$+ \int_{P_0}^P [H(p)\varphi(x) + E(p)x^2\varphi(x) - \varphi(x)H(x) - p^2\varphi(x)E(x)] dx$$

סוברוטינות כלליות שהושלמו החדש ושנמסרו לידי ד"ר רבינוביץ הן:

- (1) חכניה למציאת הבדלים של גדלים עד סדר רצוי בשטח דיוק כפול.
- (2) אותה חכניה בשטח שלם ושבר,
- (3) חכניה לחשוב דטרמיננטה מסדר 4 בשטח שלם ושבר,
- (4) חכנת מקדמי הנגזרת של סור חזקות בשטח שלם ושבר,
- (5) חכניה לחשוב פולינום (שנוי תאים) בשטח שלם ושבר,
- (6) חכניה לחשוב $\lg x$ (שנוי תאים) בשטח שלם ושבר,
- (7) חכניה שברים משולבים (שנוי תאים) בשטח שלם ושבר.

עזרה בחישובים: יגאל למד להפציל במכונה את התכניות הקשורות בבעיה

ההליום, וכן שתי שטות לביקורת חכניות (code checking) האחת היא שטה

להשוואת סרטי חכניות והשניה היא ביקורת חכניה על ידי בדוקת התאים

הזמניים. ייצור תוצאות ל- Z, α שונים יוכל להעסיק כעת אדם לזמן מלא,

ויש מקום להעסקת מחשבים נוספים בעבודות עזר כבעיה בולצמן, ובשלבם

החדשים של בעיה **ההליום**.

3. אלוטמן

בעיה ההליוס:

התקבלו ערכי הדטרמיננטות Δ_4 עבור ערכים שונים של S ועבור שני ערכי α

$$\alpha_0 = 1,704032$$

$$\alpha_1 = 1,704031$$

ערכי $\Delta_4(S, \alpha_1); \Delta_4(S, \alpha_0)$ מסוכמים בסבלה הרצופה לידם הערך α_2 לפי אינטרפולציה לינארית. לכל ערכי S מחקבלות שלש הספרות הראשונות $\alpha_2 = 1,70$ וכיון שאי חלות בפונקציות $F_i(S)$ $i=1,2,3,4$ מופיעה בעיקר לערכים נמוכים של S (ראה דו"ח חדש פברואר) יש להניח שהערך של α_2 שהתקבל עבור S קטן הוא היותר מדויק, וחזרנו על מעגל החשוב עם

$$\alpha_2 = 1,704$$

והוא הושלם עד לקבלת הדטרמיננטות החדשות. בתנאי שהפונקציות $F_i(S)$ מדויקות בתשע ספרות מחקבלות הדטרמיננטות בדיקנות של ארבע ספרות, אם ה- $F_i(S)$ ידועים במספר ספרות יותר קטן אין לקוות לדיוק מספיק בדטרמיננטות ובקביעת α . על ידי העברת חלק מתכניות החשוב של **הליוס** לשטח דיוק כפול פלואטינג, התברר שמקדמי $F_1(S)$ התקבלו עד כה (בשטח שלם ושבר) בדיקנות של חשע ספרות, ולכן השגיאה המשוערת של $F_1(S)$ עצמה בודאי בספרה החשיעית, ז.א. הפונקציה מתקבלת בדיוק של לא יותר משתי ספרות. לכן נראית האפשרות לקבלת ערכים יותר מדויקים של α על ידי העברת כל החישובים לשטח דיוק כפול פלואטינג.

במגמה זו הועברו לשטח דיוק כפול פלואטינג התכניות הבאות:

- (1) חכנית הגורמים A_1, \dots, L
- (2) חכנית מקדמי הטורים 1, 2
- (3) החכניות הדרושות לאינטגרציה רונגה קוטה
- (4) חכנית לחשוב הדטרמיננטות
- (5) חכנית מקדמי הטורים 3, 4
- (6) חשוב הנגזרות של $F_4(S), F_3(S)$ לפי המשואות הדיפרנציאליות.

כדי להעביר לפלואטינג דיוק כפול גם את שאר החכניות, יש צורך בסוכרוסינות לחשוב שרש רבועי, e^x , $\ln x$, שבר משולב, חכנית לחשוב טור חזקות ונגזרותיו (לטור שאינו מוכפל בחזקה בלתי שלמה של המשתנה החפשי) חכנית זו כבר פועלת ונמצאת בעבודה בבעיה בולצמן, נכתבה כבר גם חכנית לחשוב e^x

משואה בולצמן

נכתבה תכנית לאינטגרציה לפי רונגה קוטה של המשואה ההומוגנית והבלתי הומוגנית. התכנית נכתבה עבור ערכים $p < 1$ בהסתמך על הפתוח לטור של $P(p)$ ועבור $p > 1$ בעזרת המשואה הדיפרנציאלית של $P(p)$. כל התכנית נבדקה ופועלת והתקבלו הוצאות של אינטגרציות נסיון. עברנו מערך התחלתי של y_1 ונגזרותיו ב $p = \frac{1}{80}$ לערכי p אחרים באורכי צעד של אינטגרציה h שונים. לדוגמה: עבור $p = .1$ התקבל בעזרת h

$$h = \frac{1}{8 \times 80} \quad y_1 = .621638105618 \times 10^{-5}$$

$$h = \frac{1}{16 \times 80} \quad y_1 = .621638104676 \times 10^{-5}$$

$$h = \frac{1}{32 \times 80} \quad y_1 = .621638104617 \times 10^{-5}$$

במחשב שולחן התקבל באותו מקום, מתוך הפתוח לטור

$$y_1 = .6216381046 \times 10^{-5}$$

יש כאן עשר ספרות התאמה בין התוצאות עם שני ה- h הקטנים יותר. ל- p יותר גדול יש התאמה עוד יותר טובה ביניהם למשל ל- $p = .2125$

$$h = \frac{1}{16 \times 80} \quad y_1 = .1243829580462 \times 10^{-3}$$

$$h = \frac{1}{32 \times 80} \quad y_1 = .1243829580430 \times 10^{-3}$$

זו התאמה ב-11 ספרות. במחשב שולחן התקבל במקום הזה

$$y_1 = .124382940 \times 10^{-3}$$

עבור האינטגרציה לכל ערכי p הדרושים נעזר בערכים התחלתיים שחושבו מן הפתוח לטור של הפונקציות y_i ונגזרותיהן. מקדמי הטורים התקבלו מנוסחות הרקורסיה בצורת שברים רציונליים והתקבלו במחשב בדיקנות של 18 ספרות, לפי תכנית שנכתבה על ידי יגאל. בעזרת תכנית לחשוב טור ונגזרותיו התקבלו הערכים ההתחלתיים הדרושים. לדוגמה עבור $p = \frac{1}{80}$

$$y_1 = .152575024255118428 \times 10^{-8}$$

$$\dot{y}_1 = .488219249487798647 \times 10^{-6}$$

$$d_1 = .11716 \ 27976 \ 75572 \ 826 \times 10^{-5}$$

$$d_2 = .1874209563 \ 72260 \ 244 \times 10^{-1}$$

בהשוואה עם עמוד 5 של דו"ח פברואר ניתן לסכם שתכניות 5 - 1 שהוכנו בהמשך הקודם נבדקו החדש ופועלות, ומחמשת הפעילים של עבודה שנשארה לבצוע עבור בעיה בולצמן, הרי תכנית (1) נכתבה ופועלת, עבור (2) - הכל פוכן ופתחילים בבצוע האינטגרציה עבור (4) - השוב אינטגרל הבדיקה

$\int_0^1 \varphi(x) dx$

נכתבה תכנית הערכים ההתחלתיים.

עבור (5) - הוא השוב $\varphi(p) p^2 D(p)$ נכתבו התכניות לחשוב $d_0, c_0, H(p), E(p)$ ותכנית אינטגרציה הדרושה כאן. תכנית אינטגרציה זו הנה תכנית כללית שהועבר לפלואסינג דיוק כפול, המחשבה אינטגרל מסוים בין גבולות a, b איזה שהם לפי כל שטח אינטגרציה מספרית רצויה ועבור n אינטגרנדים שונים ככה אתה. התכנית נכתבה בעזרת הלוקה כתבות (בזכרון) מיוחדת, כך שאינטגרציה רווגה קוטה תוכל לשמש סוברוטינה עבורה. תכנית האינטגרל נבדקה ופועלת.

סוברוטינות כלליות שנמסרו החדש לידי ד"ר רבינוביץ:

- (1) סרט מורחב של פעולות שלם ושבר יסודיות,
- (2) תכנית שלמה לחשוב סור, סור אסימפטוטי ונגזרותיהם לערכים שונים של המשתנה הבלתי תלוי x , בשטח שלם ושבר,
- (3) סוברוטינה לחשוב סור אסימפטוטי בשטח שלם ושבר,
- (4) " " " חזקה ונגזרותיו בשטח שלם ושבר,
- (5) " " " ל- x שונים
- (6) " " " ל- x או $\frac{1}{x}$
- תכניות הכתובות לשטח דיוק כפול פלואסינג:
- (7) סרט פעולות יסודיות ותכניות עזר לפקודות של שלש כתבות,
- (8) תכנית רווגה קוטה,
- (9) סוברוטינה לחשוב פולינומי הרמיט, לפי נוסחת הרקורסיה

$$H_n(x) = 2x H_{n-1}(x) - 2\lambda H_{n-2}(x)$$

בקשר להרצאה ד"ר ורגב על ה- *subroutine compiler* שהוא כתבו: נראה לי שכדאי שתהיה תכנית מספוס זה עבור המחשב, כי היא מקלה מאד על כתיבת תכניות מסובכות, ובעקר לתכניות הנעזרות בסוברוטינות רבות, והיא מאפשרת תסכון מקסימלי בתאים בזכרון. אפשר לכתב אותה כך שגם בדיקה התכניות (*code checking*) תהיה לא יותר מסובכת מאשר עתה, אולי אפילו יותר קלה. אמנם, ניתן לשנות ולשכלל הרבה לעומת הדברים ששמענו.

כתבתי חכניה לבקרת אוטומטית של דיוק האינטגרציה של מערכת משוואות דיפרנציאליות רגילות. בהמשך הרי מספר הערות בבקשר לנושא.

בקרת הדיוק באינטגרציה מערכת משוואות דיפרנציאליות רגילות:

לפי ההצעה לכתב חכניה לבקרת אוטומטית על מידת הדיוק באינטגרציה לפי רונגה קוטה עיינתי במאמרים של S. Gorn ושל S. Gorn, R. Moore וחקציר עבודה של Fröberg. הם מטפלים בבקרת הדיוק של אינטגרציה של מערכת משוואות

$$\frac{dy_i}{dx} = f_i(x, y_1, \dots, y_n) \quad i = 1, \dots, n$$

החל מערכים התחלתיים נתונים

$$y_i(x_0) = y_{i0}$$

השגיאה באינטגרציה מספרית נובעת מן השגיאה השטחית ומן השמוש במספרים סופיים.

היסוד של בקרת הדיוק הוא לחזור על אינטגרציה שנעשתה בצעד h בפעם שניה עם צעד $h/2$. נעזרים לרוב בשטח Richardson וואריאנטים שלה. לפיהם אפשר לעשות אקסטרפולציה ל- $h=0$ מתוך הוצאות אינטגרציה בצעד h ו- $h/2$ (תוך נחינת משקל שונה לשתי הוצאות), או אפשר להגיע לפיה להערכה של השגיאה, בחנאי שיודעים חכונות שונות של הפונקציות f_i ושל הפונקציות המבוקשות y_i .

נראה לי שרצוי לפתח שטח בקרת כללית שאינה דורשת ידיעה מראש על f_i ועל y_i חוץ מן העובדה שהמערכת בכלל ניתנת לאינטגרציה. נוסף לכך, באינטגרציה בדיוק רב, כאשר עובדים עם מספרים בעלי מספר ספרות מינימלי הדרוש להשגת הדיוק הדרוש, הרי השגיאה הנובעת משמוש במספרים סופיים (שגיאת עיגול) עלולה להיות מאותו סדר גדל כמו השגיאה השטחית ואין להסתפק בהערכות והשערות לגבי שגיאה זו. באותו מקרה גם יתכן שאינטגרציה בצעד $h/2$ פחות מדויקת מאינטגרציה בצעד h ואין לתת לה משקל יותר גדול מאשר לאינטגרציה בצעד h . לפיכך כתבתי חכניה לבקרת הדיוק באינטגרציה ובא ארבעה שנויים לעומת המאמרים הנ"ל.

- (1) אין הנחות מראש לגבי f_i או y_i , או לגבי סדר הגדל של שגיאת העגול.
- (2) נקבל כמדויק רק את אותו מספר ספרות של y_i המחלכד לפי צעד h ו- $h/2$ כי איננו יודעים איזה אורך צעד נתן את החוצאה המדויקת יותר.
- (3) כדי למנוע חציה חוזרת ובלתי פוסקת של אורך צעד האינטגרציה מציעים לקבע מראש h מינימלי. נראה לי שקריטריון יותר מתאים ופחות מגביל, הוא לבדוק אם בהקטנת הצעד מקטינים את השגיאה בפונקציות y_i . אם כן, אנו מקטינים את δ_y עד שמגיעים לדיוק הדרוש ϵ , או אחרת מקבלים סדרה יורדת של שגיאות δ_y

$$\delta_1 > \delta_2 > \dots > \delta_y > \epsilon$$

ומפסיקים בהקטנת h ברגע ש- $\delta_\nu < \delta_{\nu+1}$

(4) יהי k סדר שטת האינטגרציה, ז'א השגיאה השטתית היא $O(h^{k+1})$. אם השגיאה במקום מסוים מקיימת $\delta < \frac{\varepsilon}{2^{k+1}}$ אנו מכפילים את צעד האינטגרציה.

ישנן אפשרויות שונות לקביעת השגיאה δ . במחשב, כאשר עובדים באחת משטות *fixed point* מתקבל על הדעת להתחשב בשגיאה המוחלטת כי כל המספרים בהכרח אינם נבדלים בהרבה סדרי גדל. בשטות הפלואטינג לעומת זאת יהיה רצוי לחשב שגיאה יחסית, תוך תשומת לב לנקודות אפס של הפונקציות, אשר ~~אשר~~ בסביבתן נתחשב שוב בשגיאה המוחלטת.

3. אלמנטן.

$\Delta_4(\alpha, s)$ für α_2 abgelesen He I

$$\alpha_0 = 1.704\ 032$$

$$\Delta(\alpha_0)$$

$$\alpha_1 = 1.704\ 031$$

$$\Delta(\alpha_1)$$

$$\alpha_2$$

	$\Delta(\alpha_0)$	$\Delta(\alpha_1)$	α_2
S= 5.5	+ .029 343 679 4	+ .029 335 357 4	1.700 505 980
S= 5	+ .003 199 527 85	+ .003 198 596 241	1.700 597 593
S= 4.5	+ .000 383 882 645 7	+ .000 383 770 304	1.700 614 902
S= 4	+ .000 050 592 066 36	+ .000 050 577 442 35	1.700 572 479
S= 3.5	+ .000 007 119 916 8	+ .000 007 117 846 79	1.700 592 443
S= 3.	+ .000 000 850 290	+ .000 000 850 040 733	1.700 620 838
S= 2.5	- .000 000 194 346 2	- .000 000 194 294 80	1.700 250 946
S= 2	- .000 000 602 340 438	- .000 000 602 097 070	1.701 556 982
S= 1.5	- .000 002 036 37	- .000 002 035 872 46	1.699 939 122
S= 1	- .000 029 223 336	- .000 029 213 183	1.701 153 704
S= 0.5	- .022 932 787 7	- .021 386 790	1.704 017 166

בעיה ההליום

חושבו ערכי הדטרמיננטות $\Delta_4(s, \alpha_2)$ • מהם, יחד עם ערכי $\Delta_4(s, \alpha_1)$ חושב α_3 •

$\alpha_3 = 1,70047$

עם ערך זה נעשה שוב כל מעגל החשובים לקבלת $\Delta_4(s, \alpha_3)$ ולחשוב $\alpha_4 = 1,7004472$ כל העבודה הזו נעשתה בעזרת תכניות הכתובות בשפת פלואטינג דיוק כפול, חוץ מחשוב הטורים ונגזרותיהם מתוך המקדמים המוכנים, שנעשה עדין בשפת שלם ושבר.

מענינת השואת התוצאות ותוצאות הביניים שהתקבלו בחשוב בפלואטינג דיוק כפול עם תוצאות שהתקבלו בשפת שלם ושבר. בולטת העובדה שבשפת שלם ושבר מופיעים אידיוקים בזמן פעולת כפל שיכול להגיע לשגיאה בספרות אחדות בזמן פעולת כפל יחידה. למשל, בכפל עם $10^4 < z < 10^5$ מהתקבלות y ספרות בלתי מדויקות. מצב שאינו מתהווה בשאר שטות החשוב הנהוגות במחשב, כי הן מבוססות על חשב מספרים הקטנים מ-1 בערכם המוחלט.

משואת בולצמן

נעשה אצטגרציה של המשואה הדיפרנציאלית ההומוגנית והבלתי הומוגנית והתקבלו ערכי הפונקציות $y_i(p)$ $i = 1, 2, 3$ $8.90 \leq p \leq 0.0125$. רצוף לדו"ח זה התאור הגרפי שלהן. הפונקציות y_i התקבלו בדיקנות של 11 ספרות לפחות ומתאימות בשש הספרות הראשונות עם התוצאות שהתקבלו במחשב שלהן.

אנו מעונינים בפונקציה המקדמים A, B חושבו כגבול של הבטויים

$$w(x, p) = \frac{\frac{y_1(x)}{y_2(x)} - \frac{y_1(p)}{y_2(p)}}{\frac{y_3(x)}{y_2(x)} - \frac{y_3(p)}{y_2(p)}} \xrightarrow[x \rightarrow \infty]{p \rightarrow \infty} -B$$

$$A = -\frac{y_1(p)}{y_2(p)} - B \frac{y_3(p)}{y_2(p)}$$

$p = 5; 6; 7; 8$

$x = 5; 5.1; 5.2; \dots 8.9$

מחקבלת סדרה מנחה $w(x, p)$ המתקרבת ל- B - כל המנוחה מלכדות ב-8 הספרות הראשונות ולפי זה $B = .12586654$

ערכי ה- $w(x, p)$ ל- p היוצר גדולים מחלכדים בחמש ספרות נוספות ולפי כך יש להניח $B = .12586654 47565$
 $A = -.13827956 74317$

ההתאמה לתוצאות במחשב שלחן טוב ב-5 עד 6 ספרות. בעזרת A, B אלה וערכי y_i ונגזרותיהם לפי הפתוח לטורים חושבו ערכים התחלתיים $y(1), y(2), \dots$ גם חשוב זה נעשה במחשב האלקטרוני כדי לשמור על דיוק של למעלה מ-10 ספרות.

בוצעה אינטגרציה רונגה קוטה לקבלת $y(p)$ החל מערכו הנ'ל ב-1. $p = .2; .3; .4; \dots$ חושב

$$\varphi(p) = \frac{y}{p} - \frac{y}{p_0} = e^{-\mu} \mu \theta(\mu)$$

כיון שזהו הקרוב הראשון לפונקציה $\varphi(p)$ המבוקשת, נסמנו בהמשך

ב- $\varphi_0(p)$ יחד עם האינטגרציה לחשוב $y(p)$ נעשה גם אינטגרציה של המשואה

$$\mu(p) = p^2 y$$

$$\mu(p) = \int_0^p x^2 y dx = \int_0^{p_0} + \int_{p_0}^p = \mu_0 + \int_{p_0}^p x^2 y dx$$

לקבלת

μ_0 הוא הערך ההתחלתי הדרוש לאינטגרציה של המשואה הנוספת הזאת והוא חושב בעזרת חכנית מיוחדת מתוך הפתוח לטורים של y ושל נגזרותיו

מקדם הצמיגות המבוקש הוא

$$\frac{\mu}{\mu_0} = \frac{256}{5\sqrt{2}} \lim_{p \rightarrow \infty} \mu(p)$$

תוצאות ראשונות הן

p	$\text{const } \mu(p)$
4.0	1.016033642
4.5	1.016033937
4.7	1.016033940
6.0	1.016033940

$$\mu/\mu_0 = 1.016034$$

לפי זה יש להניח

כל האינטגרציות הנ'ל נעשו באופן שרירותי עד $p = 8.9$ כיון שבמקום זה $P(p)$ כל כך גדול שאפילו לפי שסת פלואטינג דיוק כפול קורה *spill* לכן

נחלק את כל המשואה הדיפרנציאלית ב- $P(p)$ ונזניח אברים המכילים $\frac{1}{P(p)}$ המשואה

המשואה תהיה אז

$$(p+2p^3)y^{IV} + (2+16p^2+8p^4)y'' + (-\frac{1}{p} + 10p + 44p^3 + 8p^5)y' + (\frac{1}{p^2} - 10 + 20p^2 + 24p^4)y + (16p+32p^3)y = 0$$

ונגזרותיו ב-733

נכתבה תכנית לאינטגרציה של משואה זו. היא הופעלה לחשוב y והתקבלה התאמה בכל 18 הספרות עם תוצאות המשואה המדויקת. $\mu = 7-3$

המשואה האינטגרלית לחשוב הקרוב השני של φ , שנשמנו φ_1 , קבלה

את הצורה הבאה:

$$\varphi_1(p) = \frac{1}{p^2 [p^2 + (p+2p^3)p]} \left[p^5 + \frac{H(p)}{p} y' + E(p)(y'p - 2y) - a_0 - p^2 b_0 - \int_{p_0}^p \varphi(x) H(x) dx - p^2 \int_{p_0}^p \varphi(x) E(x) dx \right]$$

$$a_0 = \int_0^{p_0} \varphi(x) H(x) dx \quad b_0 = \int_0^{p_0} \varphi(x) E(x) dx \quad \text{כאן}$$

עבור $p \geq p_0$ מחקבל $\varphi(p)$ לפי אינטגרציה רונגה קוטה, עבור $p_0 < p < \infty$ אפשר לחשב את $\varphi(p)$ רק לפי הפתוח לטור של y ונגזרותיו, ולכן באה במשואה ההפרדה של a_0, b_0 מן האינטגרלים.

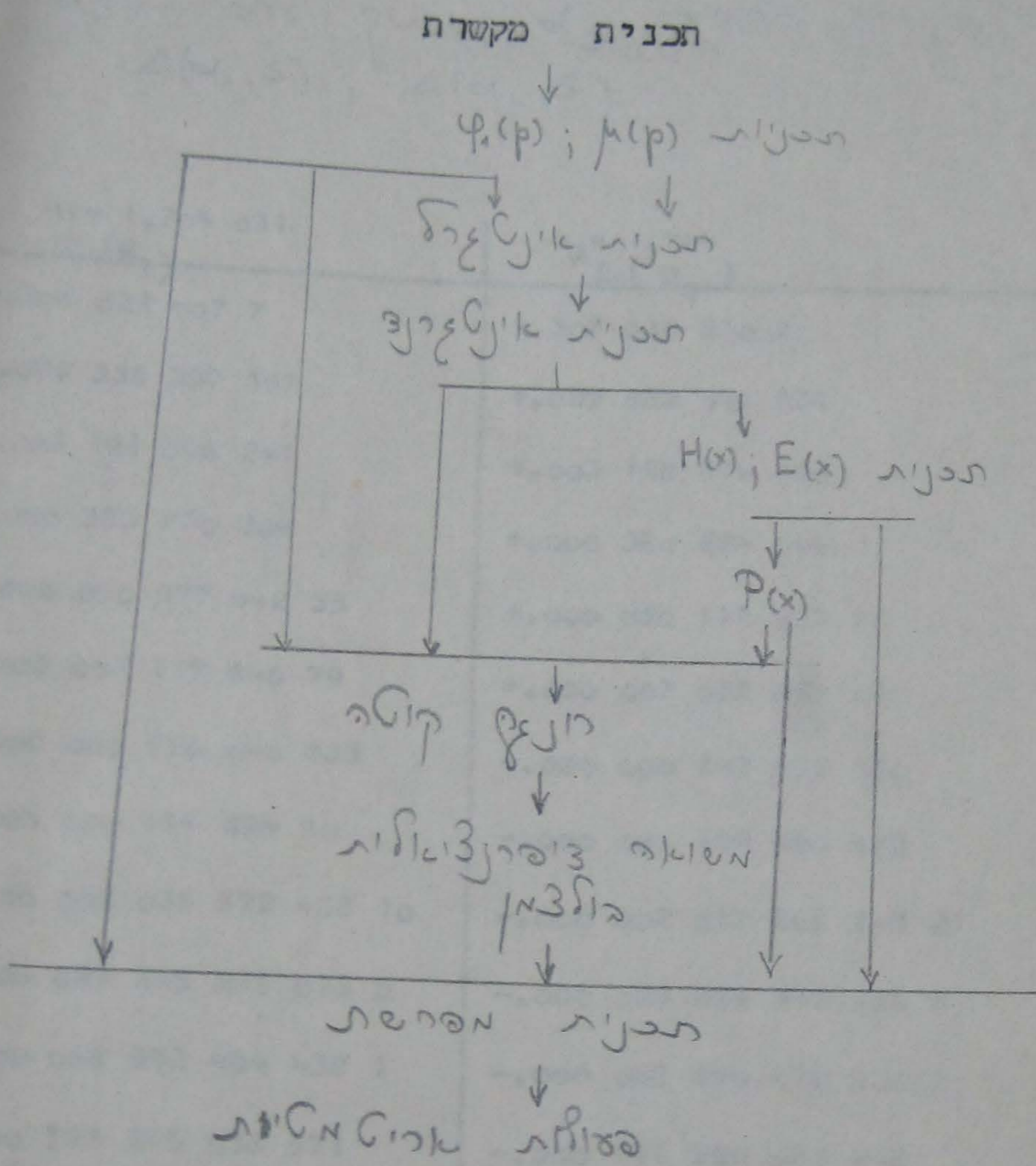
נכתבו כל התכניות לחשוב $\varphi_1(p)$ הן פועלות והתקבלו ערכים ראשוניים עבור $\varphi_1(p)$ המתלכדים עם ערכי $\varphi_0(p)$ ב-8 ספרות לפחות. כל זה ל-3 $\leq p$ עבור p יותר גדול יש חשש לאידיוקים. יחד עם חשוב $\varphi_1(p)$ מהושבת שוב הפונקציה $\mu(p)$ אבל הפעם על ידי חישוב ישיר של האינטגרל

$$\mu(p) = \int_{p_0}^p x^2 y dx + \mu_0$$

ב-11 נקודות אינטרפולציה פולינומיאלית בכל רווח חלקי כיון שצורת אינטגרציה זו היא מסדר 11 לעומת אינטגרציה רונגה קוטה שהיא מסדר 4, הרי יש בזה שיפור וביקורת של התוצאות הקודמות של $\mu(p)$. התקבלה התאמה של 13 ספרות לפחות בין ערכי $\mu(p)$ לפי שתי השטות.

התכנית הכוללת לחשוב φ_1 הנה תכנית מסדר 9 הנעזרת בתכנית אינטגרל סוברוטינה שלה - התכנית לחשוב האינטגרנד נעזרת באינטגרציה רונגה קוטה של המשואה הדיפרנציאלית של בולצמן ובסוברוטינות שלה, יחד עם סוכ-

רוטינות נוספות. הקשר בין תכניות המשנה השונות נראה לפי הדיאגרמה הבאה:



בקרת הדיוק באינטגרציה משואות דיפרנציאליות:
 אחרי הרצאתי על נושא זה המשכתי בבדיקת התכנית לצרופי מקרים
 שונים באינטגרציה והתאשרו כל ההנחות לגבי אופן קביעת השגיאה δ
 לגבי סדרת ה- δ_i במקרה שלא מגיעים לדיוק הדרוש (ראה דו"ח קודם) ול
 קביעת ϵ, ϵ_1 .

3. אלברמן.

30.4.57

משואת בולצמן

(א) מקדם הצמיגות:

כפי שהתקבלו באינטגרציה
מדויק בתשע ספרות

רצוף לרו"ח זה ניתנת טבלה לסכום ערכי μ/μ_0
עד לערכי p הרשומים לידם. יש להניח ש-
 $\mu/\mu_0 = 1.01603394$

נמשך חשוב ψ_1 מן המשואה האינטגרלית, ובטבלה שניה מסוכמים ערכי ψ
וערכי y . עד $p = 3.9$ התלכדו קרוב אפס והקרוב הראשון בכל הספרות
הרשומות בטבלה. עד $p = 5.0$ התקבל $\psi_0 = \psi_1$ בתשע הספרות הראשונות.
כדי לקבל התאמה במספר ספרות עוד יותר גדול אפשר לעבוד עם צורה

מעט שונה של המשואה האינטגרלית, והוא

$$\psi_1 = \frac{1}{p^2 [p^2 + (p + 2p^3)P]} \left[p^5 + a_1 + b_1 p^2 + \int_{p_0}^p y H_1(x) dx + p^2 \int_{p_0}^p (xy - 2y) E_1(x) dx \right]$$

$$a_1 = \int_0^{p_0} y H_1(x) dx \quad b_1 = \int_0^{p_0} (xy - 2y) E_1(x) dx \quad \text{reks}$$

$$E_1(x) = \frac{d}{dx} \left(\frac{E(x)}{x^2} \right) \quad H_1(x) = \frac{1}{x} \frac{dH(x)}{dx}$$

(ב) מקדם מוליכות החום:

חושבו ערכים התחלתיים לפונקציות S_1, S_2 לפי הפתוח לטורים בסביבת

$p = 0$, נעשתה אינטגרציה לפי רונגה קוטה לחשוב S_1, S_2 עד $p = 7.5$
(ראה שרטוט מצורף)

$$\frac{S_1}{S_2} \rightarrow B \quad p \rightarrow \infty$$

התקבל $B = .4877485923520$ בדיוק של 13 ספרות ובהתאמה ב-6 ספרות

עם הערך שהתקבל במחשב שלחן.

פתרון המשוואה הדיפרנציאלית המכוססת, בעל צורה

$$S = S_1 - BS_2 + A e^{-P^2}$$

לפי תנאי הנורמליזציה $\int_0^\infty S p^2 dp = 0$ מתקבל הערך של A

$$A = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty S_3 p^2 dp$$

$$S_3 = S_1 - BS_2$$

$$\frac{\lambda}{\lambda_1} = - \frac{256}{45} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^\infty p^4 S dp = - \frac{256}{45} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left[\int_0^\infty S_3 p^4 dp + \frac{3\sqrt{\pi}}{8} A \right]$$

מקדם הצמיגות

ובמשוואה האינטגרלית מופיעה קונסטנטה

$$T = \int_0^\infty p^2 S_3 dp$$

לכן עלינו לחשב את שלשת האינטגרלים

$$C(p) = \int_0^p p^2 S_3 dp$$

$$\lambda(p) = \int_0^p p^4 S_3 dp$$

$$T(p) = \int_0^p p^2 S_3 dp$$

כאשר האינטגרנד מחושב על ידי אינטגרציה רונגה קוטה. לכן טוב היה עלינו

להפריד את האינטגרלים בצורה

$$\int_0^p = \int_0^{p_0} + \int_{p_0}^p$$

ולטפל בחלק הראשון (עד p_0) בעזרת פתוח לטורים. הפודה זו טוב נותנת

אפשרות לבקרת.

בגמר חשוב שלשת האינטגרלים נתחיל בחשוב ψ לפי המשוואה האינטגרלית

$$\psi(p) = \frac{1}{p^2 + (2p^2 - p)P(p)} \left[p^5 - \frac{5}{2}p^3 + \int_{p_0}^p \left(\frac{4}{3}x^4 - 8g'(x) \right) S dx \right. \\ \left. - 4p^2 \int_{p_0}^p x^2 S dx + \frac{8}{3}p^3 \int_{p_0}^p x S dx + \frac{4}{3}p^3 \int_0^\infty x^2 \tilde{S} dx + a_0 - 4p^2 b_0 + \frac{8}{3}p^3 c_0 \right]$$

כאשר a_0, b_0, c_0 הם שלשת האינטגרלים הנ"ל בהתאמה בין p_0 לבין 0. תגובה בקרת על התוצאות. איצת התאמה בין ψ לבין \tilde{S} תראה בקרת על הטבלא.

פונקציות עצמיות של משואת בולצמן-הילברט:

התחלתי בלימוד הבעיה. נדקתי את קבלת הבטרי הוריאציוני ותאור הפונקציות העצמיות על ידי צרוף פולינומי הרמיט. עבור $n = 0$ חשבתי את האבר הכללי של המסריצה, והתוצאה מתלכדת עם זו של פינקלשטיין.

תכנית לחשוב אברי המסריצה נכתבה על ידי פינקלשטיין ונבדקת. כתבתי תכנית למציאת ערכים עצמיים ווקטורים עצמיים של מסריצה סימטרית מסשית לפי שסת אלדסטיין. התכנית נכתבה עבור האיליאק תורגמה על ידי הבינוביץ עבור הויצק לשסת דיוק רגיל. הוספתי לתכנית תקון לפי רקח ושנוי לפי Forsythe (שנוי המבטיח התכנסות) והכל נכתב בפלואטינג דיוק כפול. עבור $n \geq 1$ נשארות העבודות הבאות:

(א) חשוב אברי המסריצות. זה מתבטא בחשוב אינטגרלים רבים על פונקציות הרמיט.

(ב) כתיבת תכניות לאבר הכללי של המסריצה לכל n .

(ג) מציאת ערכים עצמיים של מסריצה סימטרית ממשית מספוס $(A - \lambda B)$

עבור (ג) התחלתי בלימוד הספרות בקשר לבעיה ומתברר שנוון כלל פותרים את

$$(A - \lambda B)X = 0$$

הבעיה

$$B^{-1}A - \lambda E$$

על ידי כפל משמאל ב- B^{-1} ומציאת הערכים העצמיים של

$B^{-1}A$ היא מטריצה לא סימטרית, והדרך למציאת ערכים עצמיים שלה ארוכה, דורשת טרנספורמציות עם מספרים מרוכבים ולפעמים איננה מתכנסת.

יש להניח שבבעייתנו המטריצה B חיובית קבועה *positive definite*

ואז אפשר להעזר בטרנספורמציות השומרות על סימטריות המטריצות.

עבור $n = 1$, המטריצה B מורכבת משלשה אלכסונים בלבד ונראה לי

שבמקרה זה הטרנספורמציה מקבלת צורה במיוחד פשוטה.

דיפול אלקטרומגנטי

הופיע מאמר של Lowndes

A Transient Magnetic Dipole Source above a two layered earth. Quart. J. Math. (1957) p. 79

נותן פתרון עבור השדה המגנטי על השטח $z = 0$ לדיפול בעל זרם $\delta(t)$ או $H(t)$

עבור אדמה עם $\epsilon = 0$ ומוליכות σ (או שתי שכבות אדמה עם σ, σ' קרובים זה לזה.

הוא מוצא את השדה המגנטי והחשמלי על ידי טרנספורם כפול (1) טרנספורם

לפלט לגבי הזמן, (2) טרנספורם הנקל על המחק האופקי ρ .

בטוי אסימפטוטי ל- RJ

$$RJ = \frac{4h^2}{\pi(h^2-1)} \int_0^{\pi/2} \frac{d\varphi (hz + \sqrt{\nu^2 + K \sin^2 \varphi}) \cos \varphi \sqrt{K} \sqrt{h^2-1} - (hz + \sqrt{\nu^2 + K \sin^2 \varphi})^2}{\sqrt{\nu^2 + K \sin^2 \varphi} [h^4 - (1+h^2)(hz + \sqrt{\nu^2 + K \sin^2 \varphi})^2]}$$

$$K = (\sqrt{h^2-1} - hz)^2 - \nu^2$$

$$z = h - \epsilon, \quad n \leftarrow z$$

$$1 \ll \ln \frac{1}{\epsilon} \ll \frac{1}{\epsilon}, \quad 1 \gg \epsilon$$

$$RJ \approx \frac{4hn \sqrt{h^2-1} - h^2 n^2}{\pi (h^2-1)(h^2 - h^2 n^2 - h^2)} \ln \frac{1}{\sqrt{\epsilon}}$$

(2) הבטוי המדויק RJ ניתן לחשוב במכונה רק ל- $\varepsilon > 10^{-12}$ לכן אפשר להניח $\varepsilon \gg 1$ אבל $1 \ll \ln \frac{1}{\varepsilon}$ לכן בפתוח לסדר

$$RJ(\varepsilon) = A \ln \frac{1}{\varepsilon} + B + C\varepsilon + D\varepsilon^2 + \dots$$

נצטרך לחשב את A ואת B .

נפריד מ- RJ מחוברים חסומים שפתוח שלהם

$$B' + \varepsilon C' + \varepsilon^2 D' + \dots$$

כך שיש לחשב בהם רק את B' ואפשר להזניח בהם את ε לעומת מחוברים סופיים.

במחבר של RJ העולה ל- ∞ נפריד את האבר הלוגריסמי בנוסף לאבר הקבוע.

התוצאה

$$RJ \approx \frac{4hn\sqrt{n^2-1-h^2n^2}}{\pi(n^2-1)[n^2-(1+n^2)h^2]} \ln \frac{\sqrt{2}(n^2-1-h^2n^2)}{\sqrt{\varepsilon n} \sqrt{(1-h^2)(n^2-1)}} - \frac{4n^2}{\pi(n^2-1)} \arcsin \frac{hn}{\sqrt{n^2-1}}$$

$$- \frac{4hn}{\pi(n^2-1)[n^2-h^2(n^2+1)]} \left[\frac{1}{\sqrt{n^2+1}} \arccos \frac{1}{n^2\sqrt{1-h^2}} + \frac{\pi}{2} \right]$$

$$+ \frac{4n^2}{\pi(n^2-1)[n^2-h^2(n^2+1)]} \left[\arcsin \frac{h}{\sqrt{n^2-1} \sqrt{n^2-h^2(n^2+1)}} + \frac{\pi}{2}(n^2-1) \right]$$

$n = 3$ עבור $h = \cos 40^\circ$

$n-\tau$	RJ מדויק	RJ מקורב
$n-\tau = 3 \times 10^{-6}$	1.369	1.236
$n-\tau = 3 \times 10^{-7}$	1.598	1.457

בטויים דומים לתוצאה הנל נותנים חסם מעיל וחסם מלרע ל- RJ . אם

נציב בהם $h = \cos 40^\circ, n = 3$ מתקבל $n-\tau = 3 \times 10^{-6}$

בזמן שהערך המדויק $RJ = 1,37$ $1.12 \leq RJ \leq 1.48$

סוברוסטנות שפועלות ומוכנות לעבודה כללית נמחשב: e^x חשבון כמותי הסתת פלוטאטינג ציוק נבול

- (1) חשבון פולינום ונגזרותיו.
- (2) תכנית לאינטגרל מסוים על קבוצת אינטגרנדים לפי שטת אינטגרציה כל שהיא.
- (3) אבזיסות ומסקלות לאינטגרציה ב-11 נקודות שוות מרחק.
- (4) תכנית לאינטגרציה לפי רונגה קוטה יחד עם שנוי צעד ובקרת דיוק.
- (5) חשבון פולינום ונגזרותיו.
- (6) תכנית *Monitoring* לפקודות שלש כתבות כולל היפוכים והדפסה.
- (7) התכניות הבאות, מאפשרות שמוש בפקודות נוספות בשטת שלש כתבות:
- (8) חשבון ערך מוחלט
- (9) כפל ב- 2^+n בדיוק כפול פלואטינג המתאים לפקודת הזזה שמאלה של דיוק רגיל
- (10) כפל ב- 2^-n , הזזה ימינה
- (11) תכנית להזזת אצ כתבות.

בעזרת התכנית להזזת כתבות אפשר לבצע את השנוי הבא, על ידי שרושמים פקודה יחידה,

$$m: \alpha \beta \gamma op$$

הופכים פקודה של שלש כתבות לפקודה הפועלת על שלש כתבות חדשות

$$m: \alpha+x \beta+y \gamma+z op$$

כאשר $0 \leq x, y, z \leq 15$ הפקודה המבצעת שנוי זה הנה

$$n: m \ n \ xyz \ F$$

בעזרת מעבר על תנאי *conditional transfer* של שלש כתבות (שנכתב כבר על ידי רבינוביץ) ובעזרת הפקודה הנ"ל, אפשר לבצע איטרציה ובצוע כל מעגל, בעזרת פקודות של שלש כתבות בלבד.

הרצאתי בסמינריון על תכניות חדשות, כללה הסברים על הסוברוסטנות שנמסרו לשמוש במחשב בחדשים האחרונים.

יגאל כתב באופן עצמאי תכנית לחשוב פולינום ונגזרותיו לערכים שונים של המשתנה החפשי. התכנית פועלת. כן הוא כתב תכנית להיפוך מספרים הכתובים עבור שסת פלואטינג דיוק כפול למספרים המותאמים לשסת שלם ושבר. התחיל ללכת טפול באינטגרלים שונים.

3. אס. גרמן

כ"ג - 33 - אס. גרמן

נסתיימה העבודה בקשר למשוואות הדיפרנציאליות הנובעות ממשוואת בולצמן.
כל התוצאות הסופיות בקשר לבעיית הצמיגות ניתנו כבר בדו"ח חרש מאי.
התוצאות הסופיות עבור מוליכות החום מצורפות כאן:

(א) טבלה הנותנת את ערכי $S(p)$ ואת $\psi(p) = S(p)$ המחושב לפי המשוואה האינטגרלית בכל הספרות הרשומות בטבלה.
המחושב לפי המשוואה האינטגרלית מתלכד עם $\psi(p)$ המחושב לפי המשוואה האינטגרלית בכל הספרות הרשומות בטבלה.

(ב) שרטוט $S(p)$.

מקדם מוליכות החום הוא:

$$\lambda/\lambda_1 = 1.02521815$$

1.02513

לעומת הקרוב של צ'פמן

אופרטור ההתנגשות (Collision Oper.)

(א) עבור גרעין מסדר אפס $A_0(p, p_1)$ התחיל הייצור של הערכים העצמיים והוקטוריים העצמיים. לעת עתה נוכל להגיע עד מטריצה מסדר 32. תוך כדי ייצור נבדק לאיזה מידת הדיוק של התוצאות אפשר להגיע. חושבו אברי המטריצה גם לפי המשוואה הדיפרנציאלית והם התלכדו באברי המטריצה כפי שהתקבלו מן המשוואה האינטגרלית.

(ב) עבור גרעין מסדר $n \geq 1$ עלינו למצא את הערכים העצמיים והוקטוריים של מטריצה מטפוס $A - \lambda B$ לשם כך דרושות תכניות משנה:

- (1) ללכסון מטריצה באופן רגיל,
- (2) למציאת המטריצה המוחלפת A^T
- (3) לחשוב $\gamma E^{-1/2}$, כאשר γ מטריצה רבועית ו- E אלכסונית
- (4) לרישום אברי מטריצה שבאלכסון הראשי ומתחתיו כאשר נתונה כל המטריצה
- (5) כפל מטריצות.

התכניות 1 - 4 נכתבו, נבדקו, ופועלות. תכנית 5 נתקבלה מרבינוביץ והוכנסו בה שנויים.

התכנית השלמה ל- $A - \lambda B$ נכתבה ונבדקת. נשאר עדיין לחשב את הגרעינים $A_n(p, p_1)$ ל- $n \geq 3$ ואת אברי המטריצות ל- $n \geq 1$. עבור אלה נכתבת תכנית לחשוב אינטגרלים על פונקציות הרמיט (ע"י פינקלשטיין) ורשמתי את הכסוי הכללי עבור $A_n(p, p_1)$ הכולל סכום על חמישה משתנים. לפי זה תכתב תכנית לחשוב מקדמי A_n לכל n רצוי.

התחלתי לעבור על הספרות על התפשטות קול בגז.

סוברוטינות

בנוסף על התכניות שהזכרתי לעיל נכתבו תכניות להוספת פעולות לפקודות של שלש כתבות:

(א) חשב $lg x$ (op 6)

(ב) היפוך מספרים לדצימלי והדפסתם, כך שבזכרון המספרים נשארים בנינרי (op D)

(ג) הכנסת מלה או חלקים ממנה לאיזו כתבת בזכרון (op A) שפשר להעזר בתכנית זו לבצוע 44 פעולות שונות של אכסון.

(ד) תכנית מוניטורינג חדשה מקוצרת.

הודפסה רשימת הפקודות של שלש כתבות הקיימות יחד עם הסבר שמוש בהן.

יגאל כתב תכנית להדפסת מספרים בפלאוטינג דיוק כפול בצורה נוחה לקריאה ^{מ"מ 133}

\pm — — — $\pm exp$

3. אולמנין

91

Δ_{ij}^n

... n ...

$$K_n(x, y) = \sum_{l, k} a_{n, l, k} x^l y^k + P(x) \sum_{s, t} b_{n, s, t} x^s y^t \quad x < y$$

$$= \sum_{l, k} a_{n, l, k} x^l y^k + P(y) \sum_{s, t} b_{n, s, t} x^s y^t \quad x > y$$

$$\Delta_{ij}^n = \int_0^{\infty} e^{-2x^2} H_i H_j \left[\frac{\lambda}{2} x^{2i} e^{-x^2} - \frac{1}{4} P''(x) x^{2i-1} \right] dx$$

$$- \int_0^{\infty} e^{-x^2} H_i dx \int_0^x e^{-y^2} K(x, y) H_j dy$$

$$- \int_0^{\infty} e^{-x^2} H_i dx \int_x^{\infty} e^{-y^2} K(x, y) H_j dy$$

$$\Delta_{ij}^n = \frac{\lambda}{2} \int_0^{\infty} e^{-x^2} x^{2i} H_i H_j dx - \frac{1}{4} \int_0^{\infty} e^{-2x^2} x^{2i-1} P''(x) H_i H_j dx$$

$$- \sum_{l, k} a_{n, l, k} \int_0^{\infty} e^{-x^2} x^l \left[H_i \int_0^x e^{-y^2} y^k H_j dy + H_j \int_0^x e^{-y^2} y^l H_i dy \right]$$

$$+ \sum_{s, t} b_{n, s, t} \int_0^{\infty} H_i e^{-x^2} x^s \left[H_i \int_x^{\infty} e^{-y^2} H_j dy + H_j \int_x^{\infty} y^t H_i e^{-y^2} dy \right]$$

$$\Delta_{ij}^n = \lambda B_{ij}^n + P_{ij}^n + S_{ij}^{n1} + S_{ij}^{n2} + S_{ij}^{n3} + S_{ij}^{n4} \quad 91$$

$$\frac{\sqrt{\pi}}{4} (2n)! i! j! \sum_{s=\max(0, n-\frac{i+j}{2})}^{n-\frac{i+j}{2}} \frac{2^k}{s! 2^{2s} k! (i-k)! (j-k)!}$$

$$P_{ij}^{(r)} = -\frac{1}{4} \int_0^\infty e^{-2x^2} x^{2n-1} P''(x) H_i H_j dx = +2 \int_0^\infty e^{-2x^2} H_i H_j x^{2n-1} H_3$$

$$= 2 E_{i,j,2n-1,3} \quad 92$$

$$\int_0^x e^{-2y^2} H_j dy = - \sum_{t=0}^{\lfloor \frac{j-1}{2} \rfloor} \sum_{p=0}^{\min(j-2t, j)} \frac{2^{t+j} t! p!}{2^t t! p! (j-2t-p)! (j-p)!} e^{-x^2} H_{j-2t-p}$$

$$= - \sum_{t,p} d_{j-2t-p} e^{-x^2} H_u \quad u = j-2t-p$$

$$S_{ij}^{(n)} = + \sum_{l,k} \sum_{t,p} a_{nlk} d_{j-2t-p} \int_0^\infty e^{-2x^2} x^k H_i H_u dx$$

$$S_{ij}^{(n)} = \sum_{l,k} \sum_{t,p} a_{nlk} d_{j-2t-p} D_{i,u,k}$$

$$S_{ij}^{(n,2)} = S_{ji}^{(n,1)}$$

$$S_{ij}^{(n,2)} = \sum_{s_2} \sum_{t=0}^{\lfloor \frac{j-1}{2} \rfloor} \sum_{p=0}^{\min(j-2t, j)} \frac{2^{t+j} t! p!}{2^t t! p! (j-2t-p)! (j-p)!} \int_0^\infty H_{-1} e^{-2x^2} x^s H_i H_{j-2t-p} dx$$

$$S_{ij}^{(n,2)} = \sum_{s_2} \sum_{t,p} d_{j-2t-p} E_{i,s_2} E_{i,s_2, s_2-1} \quad w = j-2t-p-1$$

$$S_{ij}^{(n,2)} = S_{ji}^{(n,2)}$$

92

אופרטור ההתנגשות

(1) ייצור הערכים העצמיים והוקטורים העצמיים של המטריצות השייכות לגרעין מסדר אפס: אחרי תקון של שגיאה בחשוב בקרת של פינקלשטיין ושל שגיאה בפעולות כפל וחלוק פלואטינג דיוק כפול, נמשך הייצור והגיע עד מטריצה מסדר $m = 22$

(2) הפונקציות העצמיות השייכות ל $A_0(p, q)$ מרכיבי הוקטורים העצמיים $V_{ik}^{(m)}$ נותנים את הקרוב מסדר m אל הפונקציה העצמית ה- k של הגרעין מסדר אפס, בצורה

$$\varphi_k^{(m)}(x) = \sum_{i=0}^m \frac{V_{ik}^{(m)} H_{2i+1}(x) e^{-x^2}}{\sqrt{2^{2i+1}} (2i+1)!} \approx \sum_{i=0}^{\infty} \frac{V_{ik}^{(\infty)} H_{2i+1}(x) e^{-x^2}}{\sqrt{2^{2i+1}} (2i+1)!} = \varphi_k^0$$

כדי ש- $\varphi_k^{(m)}$ יתכנס אל φ_k^0 דרושה התכנסות המחברים בשני מובנים:

(א) עבור i, k קבוע ו- m משתנה,

(ב) עבור m, k קבועים ו- i משתנה.

במידת ההתכנסות (א) אפשר להוכיח מתוך הרשימה של תוצאות הלכסון של

המטריצות מסדרים שונים.

עבור (ב) עלינו לתת הערכה עבור האבר ה- i $V_{ik}^{(m)}$ יורד רק באטיות, לדוגמה

$$V_{01}^{(22)} = .8817 \quad V_{51}^{(22)} = .0513 \quad V_{10,1}^{(22)} = .0094 \quad V_{22,1}^{(22)} = .0003$$

התכנסות יותר טובה עלולה להגרם על ידי התכונות של הכופל של $V_{ik}^{(m)}$ שהוא

$$f_{2i+1}(x) = \frac{H_{2i+1}(x) e^{-x^2}}{\sqrt{2^{2i+1}} (2i+1)!}$$

לכן התחלנו בטפול בפונקציות הרמיט.

(3) פונקציות הרמיט:

לפי הספר של Rosenhead וספרות נוספת קיימות רק טבלות קצרות עבור פונקציות הרמיט $e^{-x^2} H_n(x)$ ורק עבור סדר עד לכל היותר $\lambda = 10$.

יש באפשרותנו לייצר טבלות יותר מדויקות, יותר מפורטות ועבור סדרים

יותר גבוהים. בעקר מעניין אותנו המקסימום הגדול ביותר של $f_\lambda(x)$ ב- Szegö

Orthogonal poly. עמוד 172 מוכח שהמקסימה העוקבים של פונקצית הרמיט

מהווים סדרה עולה עבור $x \geq 0$.

כאופן דומה הוכחתי שהמקסימה העוקבים של $f_\lambda(x)$ מהווים סדרה יורדת עבור $x > 0$

לכן מספיק למצא את ערך המקסימום הראשון. נעשה זאת ע"י ייצור במחשב, ונעזר

במדת האפשר בהערכות עבור מקום המקסימום הראשון הניתנות בספרו של Szegö

(4) הגרעין $A_n(p,p)$ מסדר n כללי, נכתבה תכנית לחשוב, והיא נמצאת בבדיקה.
 (5) למציאת הערכים העצמיים λ של המשואה האינטגרלית עם הגרעין הכללי A_n מופיעות מטריצות מצורה $A-\lambda B$. נגמרה בדיקה התכנית הכללית ללכסון מטריצות אלה והיא פועלת.

(6) נסמן את אברי $A-\lambda B$ ב- $A_{ij} - \lambda B_{ij}$. חשב $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\beta x^2} x^m dx$ מבוסס על חשבון אינטגרלים שונים על פונקציות הרמיס מוכפלות ב- x^m וב- $e^{-\beta x^2}$ בעזרת שתי הנוסחות הידועות

$$x^m = \sum_{s=0}^{\lfloor \frac{m}{2} \rfloor} \frac{m!}{2^m s! (m-2s)!} H_{m-2s}(x)$$

$$H_i H_j = \sum_{p=0}^{\min(i,j)} \frac{i! j! 2^p}{p! (i-p)! (j-p)!} H_{i+j-2p}$$

אפשר להעביר את כל צדופי $x^m H_n$ שבאינטגרלים לסכומים על פולינום הרמיס יחיד ונשארים בלבד אינטגרלים מצורה

$$\int_0^x e^{-y^2} H_n dy = -e^{-x^2} H_{n-1}(x)$$

או מצורת האינטגרל המבטא את האורטוגונליות של פונקציות הרמיס. הקווים הכלליים של חשבון $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} H_n dx$ מסוכמים בנספח לדו"ח זה.
 (7) עבור $n=1$ חושב $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} H_1 dx$ באופן בלתי תלוי בבטוי הכללי $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} H_n dx$. תוצאות חשבון זה חשמנה כאחת מצורות הבקרה של הבטוי הכללי עבור $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} H_n dx$.

משואות דיפרנציאליות חלקיות

בסוף חדש זה קבלתי על עצמי לעקב אחרי בעיות הגאות ושפל ולהתעניין בפתרון מספרי של משואות דיפרנציאליות חלקיות מן הספוס של המשואה המופיעה בבעיה זו.
סטרוטינות כלליות

- (1) תכנית לחשוב $\frac{1}{\sqrt{\pi}} \Gamma(\pm k + \frac{1}{2})$
- (2) תכנית לחשוב כל מקדמי המכפלה של פולינומים או חלקם.
- (3) תכנית לחשוב נגזרת מסדר ν או אינטגרל מסדר γ של

$$x^\sigma \sum_{i=0}^n a_i x^{n-i}$$

שלושת התכניות נכתבו החדש, נבקרו ופועלות. קבלתי תכנית פעולות אריחמטיות יסודיות מקוצרת מד"ר רבינוביץ. התכנית נעזרה בפקודות כפל וחלוק החדשות ומקצרת את זמן החשובים. נעשת כעת כל העבודה הקשורה בהוספת התכנית לתכניות הלכסון ולסרט הפעולות.

הרחבת סטת של כתבות

(1) סטת של כתבות מאפשרת באופן יסודי 16 פעולות שונות כיון שמפרה הקסה אחת מסמנת את הפעולה, כבר קודם הנהגנו בחירת שתי פעולות שונות בעזרת האות D ו-44 פעולות אכסון שונות בעזרת האות A , כדי להגיע למספר פעולות עוד יותר גדול נעשה השנוי הבא:

כניסה לכל הסוברוטינות שנחון עבורן ארגומנט יחידי X והמחשבות $f(x)$ איזו שהיא - הכניסה לכל הסברוטינות האלה בעזרת $op = 9$, וההפרדה בין החכניות האלה, לחשוב פונקציות שונות $f_i(x)$ בעזרת מספר הנחון במקום הכתבת השניה עבור הארגומנט השני של הפונקציה בצורה

$$A 000i D 9$$

כאן $A, A+1$ הכתבות שבהן X
" " " " $D, D+1$
מתקבלת החוצאה $f_i(x)$
לדוגמה: מקודם חשוב f_6 נעשה בעזרת $op = 6$ בצורה
 $A *** D 6$

ושלש הספרות של הכתבת האמצעית היו שרירותיות, X נמצא ב- $A, A+1$
" " " " $D, D+1$
כדי להזכיר את $op = 6$ קבענו כעת $i = 6$ וצורת הפקודה תהיה

$$A 0006 D 9$$

ז"א $f_6(x) = f_6 x$
באופן דומה חשוב ערך מוחלט $f_7(x) = |x|$
צורה הפקודה החדשה

$$A 0007 D 9$$

כאשר X נמצא ב- $A, A+1$ והחוצאה $|x|$ התקבל ב- $D, D+1$
הוצאת שורש $f_8(x) = \sqrt{x}$

$$A 0008 D 9$$

$$A 0009 D 9$$

וחשוב $f_9(x) = e^x$ יעשה על ידי
כצורה זו של פקודה אפשר לרשום כניסה ל-4096 חכניות לחשוב פונקציות.

(2) הזרות: R, L נכתבו עד כה בצורה

$$A L(n) D R$$

$$A L(n) D L$$

כאשר X נמצא ב- $A, A+1$, n נמצא באיזה תא בזכרון והחוצאה מתקבלת בהאים $D, D+1$

כעת נבצע את שני סוגי המזורים בעזרת פקודה יחידה $op = 4$ ונרשום את מספר המזורים w עצמו במקום של הכתובת השנייה, ו'א לא צריך לאכסן את w באיזה טא מיוחד, אלא צורת הפקודה תהיה:

$$A \sim D^4 \quad L \text{ מזוג שבאלה}$$

$$A \sim D^4 \quad R \text{ מזוג ימינה}$$

בצורה זו התפנתה הפעולה $op = 3$ וסימננו את החלוק ב- $op = 3$

(3) בעזרת השנוייים (1), (2) התפנו הפעולות 5, 6, 7, 8, $op = 5$ ואפשר לבצע בעזרתן את הפעולות האריתמטיות הבאות: יהיו a, b, d התוכן

$$\text{של } A, A+1; B, B+1; D, D+1$$

$$d + ab \rightarrow D, D+1 \quad ABD + x \quad op = +x = 5$$

$$d - ab \rightarrow D, D+1 \quad ABD - x \quad op = -x = 6$$

$$d + \frac{a}{b} \rightarrow D, D+1 \quad ABD + \div \quad op = +\div = 7$$

$$d - \frac{a}{b} \rightarrow D, D+1 \quad ABD - \div \quad op = -\div = 8$$

(4) כניסה לשתי הסוברוטינות החדשות בעזרת פקודה של שלש כתבות: הכניח כפל פורמלי של פולינומים וכן הכניח נגזרות ואינטגרלים דורשות מספר גדול של פרמטרים ולכן מספר גדול של תאים לאחסון הפרמטרים, רישום כל הפרמטרים האלה בצד הפקודה השולחת לסוברוטינה היה מכביד על כתיבת הכניות וגם היה מחבזבז זמן רב בהעברת כל הפרמטרים למקומות סטנדרטיים בכל כניסה לסוברוטינות בזמן שיש בדרך כלל אפשרות לקרוא את הנתונים לחוץ הזכרון ישר למקומות הסטנדרטיים בדרושים, אם בכל זאת דרוש שנוי פרמטרים בזמן פעולת החכניה, הוא יכול להתכצע ע'י הפעולה A של אכסון.

(*) כפל פורמלי של פולינומים

$$\left(\sum_0^n a_i x^i\right) \left(\sum_0^m b_k x^k\right) = \sum_0^{n+m} c_\ell x^\ell$$

נתונים המקדמים a_i החל מכחבת A_0 (A_0, A_1, \dots, a_0) וזכור (וכו') והמקדמים החל B_0 / החל התכנית מחשבת את המקדמים c_i עבור $0 \leq i \leq N$ כאשר $N \in \mathbb{N}$ ושמה אותם במקומה עוקבים בזכרון החל מן הכחבת C_0 .

לפני הכניסה לתכנית צריך להמצא:

- $A_0 \rightarrow 060$
- $n \rightarrow 061$
- $B_0 \rightarrow 062$
- $m \rightarrow 063$
- $C_0 \rightarrow 064$
- $N \rightarrow 065$

הפקודה המעבירה לתכנית הכפל היא:

A 004 D 9

כאשר A, D שרירותיים.

(ב) נגזרות ואינטגרלים של $f(x) = x^m \sum_{i=0}^n a_i x^{n-i}$

התכנית מחשבת את הנגזרת ה- $f^{(m)}(x)$ במקום x ושמה את התוצאה בתוך התאים $F/F+1$ עבור γ שלילי מהקבל אינטגרל

$$f^{(-m)}(x) = \int_0^x f^{(-m)+1}(y) dy$$

התכנית נעזרת בחשוב $\frac{1}{x}$ שלוקח פרבה זמן במכונה. עבור $x = 1$ חשוב $f(x)$ נעשה בדרך מקוצרה (בלי $\frac{1}{x}$) ויש הבדל ניכר בזמן החשוב של 1 לזה של $1/x$.

לפני הכניסה לתכנית צריך להמצא

$n \rightarrow 016$

$S \rightarrow 00F, 010$

B_0 החל החל $2(n+1)$ $B_0 \rightarrow 017$

$x \rightarrow \begin{cases} 011 \\ 012 \end{cases}$

$\gamma \rightarrow 018$

$n \rightarrow \begin{cases} 013 \\ 014 \end{cases}$

הפקודה המעבירה לתכנית זו היא A 005 F 9

כאשר מקדמי הסדר a_i ושומים החל מכחבת A_0 והתוצאה מהקבלת כחאים $F, F+1$

(5) בהתאם ל- (4) - (1) נכתב סרט פעולות חדש, ועבר את הבדיקות הרבות הדרושות.

3. אולגה

אופרטור ההתנגשות

עבור הגרעין מסדר אפס $A_0(p, p_1)$ הסתיים חשב שלושים ושנים הערכים העצמיים הראשונים והוקטורים העצמיים המתאימים. רצוף לדו"ח זה השרטוט של חמש הפונקציות העצמיות ψ_i הראשונות

$$\psi_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} H_1 e^{-x^2}$$

$$\psi_2 = \frac{1}{\sqrt{2^3 3!}} H_3 e^{-x^2}$$

ליד ψ_3 משורטט גם $\text{const.} \cdot H_5 e^{-x^2}$ ורואים שהם קרובים זה לזה. למרות זאת מחבר שהתכנסות הטור המתאר את ψ_3 איטית והתכנסות הטורים עבור ψ_4, ψ_5 עוד יותר גרועה. לשם הדגמת תופעה זו נזכיר ש-

$$\psi_i = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{h=2}^{k+2} \frac{H_{2n+1} e^{-x^2}}{\sqrt{(2n+1)!} 2^{2n+1}} V_n^{k(i)}$$

בנקודה $x = .5$ למשל מתקבלים הקרובים הבאים:

	<u>k = 10</u>	<u>k = 20</u>	<u>k = 29</u>	<u>k = 30</u>
ψ_3	.7667	.7593	.7579	.7577
$\psi_4 (x=.6)$		-.3952	-.4805	-.4826
ψ_5		.7000	1.1060	1.0897

ובדומה לערכים אחרים של x .

סכום של שלושים אברים עדין אינו מהווה קרוב לפונקציות העצמיות ψ_i $i > 5$ אפשרות של תאור הפונקציות העצמיות בעזרת צרופים של $H_i(x) e^{-\beta x^2}$ איננה נראית מתוך השוואת ψ_3 עם $H_5 e^{-x^2}$ אבל יתכן שתאור כזה יביא לתוצאות טובות בגלל סיבות נוספות. נכתבו כבר מספר חכניות משנה כדי לחשב את האינטגרלים על פונקציות מספוס זה.

התחלתי גם בחשוב אברי המטריצה המתאימה לפתוח הפונקציות העצמיות לסור, חזקות. הערכים העצמיים שיתקבלו בדרך זו ישמשו לבקרה החשובים הקודמים. מאחר שמחגלים קשיים באופן הפתרון הנוכחי בעזרת טורים של מערכת פונקציות שלמה, נראה לי שכדאי אולי לגשת לפתרון המשואה האינטגרלית על ידי הפיכתה למערכת משואות לינאריות. בטור קרוב לאינטגרל $\#$ נבחר אינטרפולציה בנקודות אפס של פולינומי הרמיט. ראה

Reiz, Archiv für Math, 29 No 29 (1943)

התכנית לחשוב גרעין $A_n(p, q)$ פועלת. תוצאות שחושבו ביד עבור n מתלכדות בתוצאות שהתקבלו במחשב. רשימת הגרעינים עד $n = 5$ ניתנת בצוף כאן.

נכתבה התכנית לחשוב B_{ij}^n . זוהי מטריצה המקדמים של λ המופיעה בחשוב הערכים העצמיים של הגרעינים מסדר n . (ראה דו"ח קודם), התכנית פועלת.

התקבלו תוצאות ראשונות בחשוב אברי המטריצות לגרעין מסדר ראשון. בחשובים אלה מופיעים מספרים מסדרי גדל שונים, יהיה דרוש *scaling* רציני אפילו כשעובדים בשטח פלוטינג דיוק כפול. לכן עברנו לשיטת תאור מספרים המקציבה של ספרות הקסדצימליות עבור האקספוננט. שנינו בהתאם לזה את כל התכניות הדרושות לבעיה אופרטור ההתנגשות.

משואות דיפרנציאליות חלקיות

קראתי את הספר של Allen, Shaw ומאמרים של Fox על שטות רלקסציה לשם הכנת הרצאה על נושא זה.

עבור בעיה מועדי הים (גאות ושפל) הסברתי לדויטש את אופן השמוש בתכנית מפרשת ובסוברוטינות ועקבתי אחרי האנליזה והכנת התכנית לחשוב המועדים בים מוגבל ע"י קווי אורך ורוחב. כעת התכנית בייצור וטרם התקבלו תוצאות סופיות.

מקור במוצק אלסטי

החדש התחלתי להתעניין בבעיות הסיסמיות. הטפול המתימטי בהם קרוב ביותר לזה של הבעיות האלקטרומגנטיות שעבדתי עליהן מקודם. קראתי בקשר לזה מספר מאמרים ואת עבודת המחקר של א. לונגמן. הבעיה הפשוטה ביותר בשטח זה היא בעיה מרחב מלא שני מוצקים אינסופיים בעלי מישור אחד מפריד ומקורבתוכם. כבר כאן נחקלים (א) באינטרפרטציה של אקספוננט עם שני שורשים ו-(ב) במקדמים בצורת דטרמיננטות, לכן נראה לי רצוי לטפל תחילה בשתי בעיות המאפשרות להכיר את (א) ו-(ב) בנפרד. באקספוננט בעל שני שורשים נחקלים בגל העובר בשני נוזלים למשל, ובדטרמיננטות עם שרש יחיד באקספוננט נחקלים במרחב עם שני מוצקים כאשר המקור על השטח המפריד.

תכנית למחשב

- (1) נכתבה תכנית מפרשת לפלואטינג דיוק כפול מספרים מרוכבים. היא פועלת עבור הפעולות האריטמטיות היסודיות ועבור הוצאת שורש מרוכב.
- (2) התכנית המפרשת למספרים ממשיים בפלואטינג דיוק כפול הורחבה בצורה כזו שגם בעזרתה אפשר לחשב במספרים מרוכבים נוסף על שאר הפעולות הקיימות. ההסברים לכך מצורפים לדו"ח זה.

3. אלתרמן

תנודות כדור הארץ.

החדש התחלתי בחשוב התנודות החפשיות הבלתי רדיאליות של מודל כדור הארץ לפי Bullen B

הצעדים לקראת פתרון שנעשו עד כה הם :

- (1) רישום המשואות הדיפרנציאליות בצורה בלתי ממדית. פרוט שנוי המשתנים והמשואות שהתקבלו נמצא בנספח (א) לדו"ח זה. במשואות הבלתי ממדיות נשארו שני פרמטרים בלבד, והם :

$$b = \frac{a^2 \bar{\sigma}^2 \bar{f}}{\lambda_{max}} \quad c = \frac{\bar{f}^2 a^2 G}{\lambda_{max}}$$

- (2) ערכים התחלתיים לפתרון המשואות הדיפרנציאליות במרכז כדור הארץ $z=0$ נקבעו על ידי פתוח לטורים של הפתרון. בהנחת הומוגניות בקרבת $z=0$ של λ את ξ נקבע כך ש $\lambda(\xi) = \lambda(0)$, $\beta(\xi) = \beta(0)$ במידת הדיוק שערכי λ, β נתונים בטבלות. ערכי הפונקציות במקום $z = \xi$ ישמשו כערכים התחלתיים לאינטגרצית רונגה קוטה.

- (3) הוכנה טבלת הנתונים של מודל בולן ב' לפי הנתונים הבאים : לקוחים מן המאמר של בולן מ-1950. β, g חושבו מן המהירויות c_p, c_s הנתונות בעמוד 212 של הספר של בולן. כדי לקבל נתונים אחרונים אלה באותם ערכי z כמו אלה שבהם נתונים β, g נעשתה אינטרפולציה של ערכי c_p^2, c_s^2 . חכנית האינטגרציה תקבל את הערכים מן הטבלה ללא כל שנוי, עם כל האירציפואות המופיעות ועם הערך המדויק של z בכל מקרה.

- (4) נכתבו חכניות R לרונגה קוטה עבור הגרעין ועבור העטיפה והן פועלות.

נשאר להכין את טבלת הנתונים עבור המחשב, לבדק את חכנית שנוי הפרמטרים, ולהרכיב את כל התכניות ביחד. התכניות נכתבות כך, שאפשר יהיה לבצע את האינטגרציה בכל מספר צעדים רצוי, וערכי μ, λ, β, g נתקבלו על ידי אינטרפולציה. חשוב הדטרמיננטה מסדר שבע יעשה על ידי פרוק לצורך לינארי של שש דטרמיננטות מסדר שלש.

מועדי אויר.

החדש התחלתי בנושא זה, ובדקתי אילו הם האברים הבלתי לינאריים המופיעים במשואות התנועה ההידרודינמיות. אוסף המשואות המתאימות להנחות שונות ניתן בנספח (ב) :

תחילה רשומות משואות לגרנג', אחריהן הבטוי עבור האנרגיה הקינטית בנקודה $(\theta, \varphi, R+z)$ הנמצאת על מערכת המסתובבת במהירות קבועה ω מסביב לציר z . בטוי זה לקוח מן הספר של Lamb עמוד 329. הצבתו במשוואות לגרנג' נותן את משואות התנועה באופן כללי. הנחה של אדמה מישורית נותנת את המשואות הרשומות בספר של Hawrwitz עמוד 129. אנחנו לא נעשה הנחה זו, אלה נניח שהמהירות האנכית קטנה ביחס למהירויות האופקיות ונזניח את התאוצה האנכית המשואות שמתקבלות בצורה זו רשומות בעמוד השלישי של אוסף המשואות.

נעשו הערכות לסדר הגדל של האברים השונים במשוואות התנועה, גם סכום הערכות אלה ניתן בנספח (ג). התוצאה היא ש $\frac{u^2}{R+z}$ הוא מאותו סדר גדל כמו $u \frac{\partial u}{\partial x}$, w קטן ביחס ל u וגם ביחס ל u^2 . עלינו להתחשב בשנויים ב \int . בכל המשואות הזנחנו צמיגות ומוליכות חום. Wilkes טוען בספרו בעמוד 37 שיש להתחשב בגורמים אלה בגובה של 120 ק"מ.

לפי משואות והערכות אלה נראה שיש להוסיף במאמר למשוואה (2)

את האבר $-\frac{v^2}{a} \text{ctg } \theta$

ולמשואה (3) את האבר $+\frac{2uv}{a} \text{ctg } \theta$

כל המשואות עד (37) נשארות ללא שינוי.

במשואה (38) שהיא הגדרת B_2 נוסף $+\frac{v_1^2}{a} \text{ctg } \theta$

וב (39) נוסף ל C_2 האבר $-\frac{2v_1 u_1}{a} \text{ctg } \theta$

שאר הבטויים עד משואה (50) נשארים בלי שינוי.

אופרטור ההתנגשויות.

(1) גרעין מסדר אפס:

הותחל בחשוב הפונקציות העצמיות בעזרת איטרציה, לפי הנוסחה

$$\varphi_i^{(1)}(x) = \frac{1}{F(x, \lambda_i)} \int_0^\infty K(x, y) \varphi_i^{(0)}(y) dy$$

נכתבה תכנית מתאימה, והתוצאות עבור λ_1 מראות ש $\varphi_i^{(1)}$ יותר קרוב לפתרון מאשר $\varphi_i^{(0)}$. כי הצגנו במקום $\varphi_i^{(0)}$ את התוצאה של לכסוף המטריצות

$$\varphi^{(0)}(x) = \sum_{i=2}^n a_i H_{2i+1}(x) e^{-x^2}$$

עם $n = 10, 20, 27, 30$ שונים

$\varphi^{(1)}$ שחושב בעזרת $\varphi^{(0)}$ עם $n = 10$ התקבל קרוב לערך של $\varphi^{(0)}$ עם $n = 20$ אברים. ומידת ההתאמה בין $\varphi^{(1)}$

שהתקבל מ $\varphi^{(0)}$ של $n = 27$ ושל $n = 30$ היא בסדר גדל יותר מההתאמה בין $\varphi^{(0)}$ השייכים להם. לדוגמה עבור

$\lambda_3 = 1.34245$ (ראו קצת חישובים) $x = 1$

$n = 1$	$n = 10$	$n = 20$	$n = 27$	$n = 30$
$\varphi^{(0)}$.18	.3654	.3780	.3812	.3814
$\varphi^{(1)}$.2667	.3780	.3815	.38172	.38175

והתנהגות דומה לערכי X אחרים.

פינקלשטיין מנסה טרנספורמציות שונות להחשת ההתכנסות של הטורים המתארים את הפונקציות העצמיות.

(2) גרעין מסדר אחד :

חושבו כל אברי הקרוב מסדר 25 של המטריצה $A - \lambda B$ השייכת לפתרון המשואה האינטגרלית עם גרעין מסדר אחד.

התחלנו עם ייצור הערכים העצמיים והוקטורים העצמיים של מטריצות חלקיות מסדרים שונים. לעת עתה נראה שמידת ההתכנסות של הערכים העצמיים והוקטורים איננה יותר גרועה מאשר עבור הגרעין מסדר אפס.

מקור במוצק אלסטי.

מטרתנו הראשונה להגיע לפתרון של בעיית מרחב מלא שני מוצקים אלסטיים בעלי מישור מפריד, כאשר מקור נמצא באחד המוצקים ושולה פולס של גלי P . אנו נחשב את ההזזות באותו מוצק, הנגרמות על ידי גלים שגם אחרי החזרה ושכיחה נשארו מטפוס של גלי P .

פתרון זה נתון לפי הבטויים עבור W, S שבמאמר של פרופ. פקריס על "פתרון של משואה אינטגרלית בבעיות התקדמות פולסי גלים", כאשר $f(x)$ המופיעה שם היא מנה של שתי דטרמיננטות.

נכתבה תכנית לחשוב הדטרמיננטות האלה. היא כבר נבדקה ופועלת. נכתבה תכנית כללית לחשוב W הנזכר לעיל לפונקציה $f(x)$ כל שהיא, תכנית זו די מורכבת והיא נמצאת בבדיקה במחשב.

לפי שאלה של ד"ר א. לונגמן מסרתי לו את הפתרון של בעיית מרחב מלא שני נוזלים, כאשר מקור של פולס נמצא על המישור המפריד ומתחפשים את התוצאה על השטח המפריד בלבד.

הפתרון דומה לגמרי לזה של תוצאת פולס אלקטרומגנטי על המישור המפריד בין שני דיאלקטריקה, למרות ששם קיים קשר בין שני הפרמטרים המופיעים

$\xi = h^2$

וכאן שני הפרמטרים b, γ בלתי תלויים. אולם גם כאן ידוע שאם $\frac{c_1}{c_2} = \gamma > 1$ (לפי $c \propto \frac{1}{\sqrt{\rho}}$) ולהפך. או $\frac{c_1}{c_2} = b < 1$ בהנחה זו מגיעים לאותו פתרון אם מתקרבים למישור המפריד דרך הנוזל היותר דליל או היותר צפוף, והתוצאה, במונחים של הנוזל הדליל :

$$D(z) = 0$$

$$z < 1$$

$$P(z) = \frac{2}{(1-b^2)R} \left[1 - \frac{b\sqrt{\gamma^2-1}}{\sqrt{b^2(\gamma^2-1) + (1-b^2)\mu^2}} \right] \quad 1 < z \leq \gamma$$

$$P(z) = \frac{2}{(1+b)R}$$

$$z \geq \gamma$$

$$b = \frac{1}{n^2}$$

על ידי הצבת

$$\gamma = n$$

עובדים בטויים אלה בדיוק לנוסחות שהתקבלו במקרה האלקטרו-מגנטי.

תכניות למחשב.

(1) הורכב סרט של פעולות פלואטינג דיוק רגיל המכיל את אותן הפעולות כמו הסרט של פעולות פלואטינג דיוק כפול, והמכיל גם תכנית מפרשת ב 147 שבעזרתה אפשר לכתב פקודות של שלש כתבות בדיוק באותה צורה כמו בדיוק כפול, רק פעולת γ לא קיימת עדין. חל שנוי בפקודת ההזזות, לנוחיות המתכנן הפקודה היא כעת

$$A L^{(n)} B 4$$

$$2^{2n} A \rightarrow B \quad \text{אפסיליט}$$

(2) סרט פעולות פלואטינג דיוק רגיל קצת שונה מן הכללי, הורכב במיוחד עבור ד"ר לונגמן ונמסר לו, כך שכל הפקודות של שלש כתבות של תכניתו בדיוק כפול, נשארו ללא שנוי גם בתכנית בדיוק רגיל.

(3) פעולות פלואטינג דיוק כפול נעשות בדרך כלל עם מספרים הרשומים בצורת

$$2^b a$$

כאשר לאקספוננט b מוקצבות שתי ספרות הקסדצימליות, וכך

$$2^{-128} < 2^b a < 2^{128}$$

כדי לאפשר עבודה בתחום מספרים יותר גדול אפשר להעזר במספרים שבהם מוקצבים שלושה מקומות הקסה עבור b . כמובן שדבר זה גורר שנוי בסרט הפעולות היסודיות. - אוסף שנויים זה הוכן, ונמצא כעת בדוק ומוכן לשמוש.

(4) הושלמה תכנית לבדיקת הלכסון של מטריצה, התכנית כופלת בצורה מתאימה את המטריצה האלכסונית של הערכים העצמיים במטריצת הוקטורים העצמיים ומדפיסה את אברי המטריצה המקורית. תכנית זו שמשה בבעית אופרטור ההתנגשות, והראתה שתוצאות הלכסון מתקבלות מדויקות באותו מספר ספרות שדרשנו.

(5) התכנית לחשוב כללי של אינטגרל הועברה מפלואסינג דיוק כפול לפלואסינג דיוק רגיל.

(6) לפי הסכם עם הנוגעים בדבר, ד"ר רבינוביץ כותב מחדש את המאמר על התכנית המפורשת למחשב. הכוונה שהמאמר ישלח לפרסום בשותפות אתו.

כללי.

אני שמחה לציין שיגאל אכד כותב באופן עצמאי תכניות רבות, ומהוה עזרה רבה בעבודתי. בכל זאת עזרה ממחשב נוסף היתה מחישה קבלת תוצאות בנושאים אחדים.

רצוף : א) המשואות של תנודות כדור הארץ בצורה בלתי ממדית.

ב) משואות התנועה של מועדי אוויר.

ג) הערכת סדר הגדל של אברי משואות התנועה עבור מועדי אוויר.

3. אלתרמן

תנודות כדור הארץ.

חושב פתרון טורים למשוואות הדיפרנציאליות בגרעין לקבלת ערכים התחלתיים לפתרון רונגה קוטה. תחילה חושב פתרון הטורים בהנחת הומוגניות - λ, ρ קבועים ו- $g = A z$ התוצאה עבור $n=2$

פתרון ראשון $y_1 = r$

$y_2 = 0$

$y_5 = r^2 (A - \frac{\sigma^2}{2})$

$y_6 = -r(A + \sigma^2)$

פתרון שני $y_1 = -\frac{\rho}{7\lambda} (2 + 3 \frac{A}{\sigma^2}) r^3 + \dots$

$y_2 = -\rho r^2 + \frac{\rho^2}{7\lambda} (2A + \frac{1}{2} \sigma^2 - 3 \frac{A^2}{\sigma^2}) r^4 + \dots$

$y_5 = r^2 = \frac{3}{14} \frac{A\rho}{\lambda} r^4 + \dots$

$y_6 = 2r + \frac{9}{7} \frac{A^2\rho}{\lambda\sigma^2} r^3 + \dots$

או בצורה בלתי ממדית

פתרון ראשון $y_1^1 = r_1$

$y_2^1 = 0$

$y_5^1 = r_1^2 (\frac{4\pi}{3} - \frac{b_1}{2c_1})$

$y_6^1 = -r_1 (\frac{4\pi}{3} + \frac{b_1}{c_1})$

פתרון שני $y_1^1 = (-\frac{2}{7} b_1 \rho_1 + \frac{4\pi}{7} \rho_1 c_1) r_1^3 + \dots$

$y_2^1 = -\rho_1 b_1 r_1^2 + \frac{\rho_1^2}{7} b_1^2 \left[\frac{8\pi}{3} \frac{c_1}{b_1} + \frac{1}{2} - \frac{16\pi^2 c_1^2}{3b_1^2} \right] r_1^4 + \dots$

$y_5^1 = \frac{b_1}{c_1} r_1^2 = \frac{2}{7} \rho_1 b_1 r_1^4 + \dots$

$y_6^1 = 2 \frac{b_1}{c_1} r_1 + \frac{16\pi}{7} \rho_1 c_1 r_1^3 + \dots$

הסבר הסימונים בדו"ח הקודם.
 עם הנהח הומוגניות אפשר להעזר בפתוח לסדר רק עבור $\lambda_1 < .001$
 לקבלת תוצאות מדויקות בשלש ספרות לפחות. עבור $\lambda_1 = .001$
 המשוואות הדיפרנציאליות עדין לא מבטיחות דיוק, ולכן עברנו לחשוב
 הערכים ההתחלתיים בהנחה שנוי לינארי של λ, β עם הרדיוס, התוצאות
 דומות לאלה עבור λ, β קבועים.
 מודל בולן B נעזר בהנחה $Rodul$ בגרעין הפנימי. הנהח אלה

הן :

$$\rho = \rho_0 + r^2 \rho_2$$

$$\lambda = \lambda_0 + \lambda_2 r^2 + \lambda_4 r^4$$

$$g = g_1 r + g_3 r^3$$

מקבלים מהמשוואות הנ"ל n ו- m כדלקמן:

$$y_1 = r^k + \frac{n(n+1) [3g_1 g_2 - 5\rho_0 g_3]}{\rho_0 \sigma^2 [n(n+1) - (k+3)(k+4)]} r^{k+2} + O(r^{k+4})$$

$$y_2 = -\frac{1}{14} \left\{ g_1 g_2 \left[-9 + \frac{18g_1}{\sigma^2} \right] + \rho_0 g_3 \left[11 - \frac{30g_1}{\sigma^2} \right] \right\} r^{k+3} + O(r^{k+5})$$

$$y_5 = \left[-\frac{\sigma^2}{2} + g_1 \right] r^{k+1} + \frac{3g_1 g_2}{7\rho_0} r^{k+3} + O(r^{k+5})$$

$$y_6 = \left[-\sigma^2 - g_1 \right] r^k + \frac{1}{7\rho_0 \sigma^2} \left\{ 9 g_1 (3g_1 \rho_2 - 5\rho_0 g_3) + 3g_1 \rho_2 \sigma^2 \right\} r^{k+2} + O(r^{k+4})$$

כאשר $h = n-1$

ופתוח דומה מתקבל בגדלים בלתי ממדיים.
 הטורים עבור הפתרון השני טרם הושלמו.

טבלת הנתונים של מודל בולן B הוכנה למחשב וגם תכנית
 האינטגרציה (בגרעין ובעטיפה) מוכנות, יחד עם התכניות לשוני
 הנתונים בהתאם לטבלה ולאינטרפולציה לינארית ביניהם. התכנית
 לחשוב הדטרמיננטה מסדר 7 כתובה, בדוקה ופועלת. וכן קיים כבר
 הלק גדול של התכנית המקשרת בין האינטגרציות ותכנית הדטרמיננטה
 והדואגת לאיטרציה על זמן התנודה החפשית, או σ^2 הקשור אחר.
 נשאר עדין לסיים את הכנת הערכים ההתחלתיים מן הטורים,
 וסיום התכנית המקשרת הנ"ל ובדיקתה.

מועדי אונזר.

סיימתי את החזרה על החלק הכללי של המאמר. בחלק השני, עבור אטמוספירה בסמפרטורה קבועה, חזרתי על הפתוח הכללי של הגורמים של α^1 עם השנויים הדרושים. סיימתי גם חלק גדול מן הפתוח המספרי שלהם. בגמר החלק המספרי, אמשיך בבדיקת הגורמים של α^3 . עם החשוב המספרי של מקדמי α^3 הסתיים העבודה על המאמר בנושא זה.

מועדי ים.

המשואה הדיפרנציאלית היסודית היא

$$(1) \quad A(\xi' + \bar{\xi}) = B \frac{\partial^2 \xi'}{\partial \theta^2} + C \frac{\partial^2 \xi'}{\partial \phi^2} + D \frac{\partial \xi'}{\partial \theta} + E \frac{\partial \xi'}{\partial \phi}$$

כאשר ξ' פונקציה מרוכבת והמקדמים A, B, C ממשיים, D, E מרוכבים.

דויטש ניסה לפתור משואה זו ע"י הפיכתה למשוואת הבדלים סופיים ופתרונה לפי שטת איטרציות של Liebman (ראה Frankel MTAC 4). תוצאות האיטרציות השונות התבררו, והיה עלינו לברר את סיבת ההתבררות ולהגיע לפתרון מתכנס.

לשם כך נעשו הצעדים הבאים:

(1) כיון שידועים מקרים שבהם רלקסציה הביאה להתכנסות, בזמן שאיטרציה התבררה, הוחלט לנסות פתרון בעזרת רלקסציה. במקום לפתור את המשואה (1) נפריד אותה לחלק ממשי ומדומה וכך נקבל שתי משואות בשתי פונקציות נעלמות ξ, η כאשר $\xi' = \xi + i\eta$ תהליך הרלקסציה המקובל (ראה ספרו של Allen) הוא אז לקחת קרוב η_0 ולעשות רלקסציה של המשואה הראשונה לקביעת קרוב ξ_1 , אותו נציב במשוואה השנייה, נבצע רלקסציה של המשואה השנייה ע"י שנוי η וכך נגיע לקרוב הבא שאותו שוב נציב במשוואה הראשונה ונחזור על התהליך. תהליך קרובים זה בוצע ע"י דויטש, אולם לא בעזרת רלקסציה, אלא שוב ע"י איטרציה, והתהליך שוב התברר. הטענה נגד רלקסציה היתה שהיא מבזבזת יותר מדי זמן במחשב.

(2) לפי כך נסיתי לברר את החנהגות המשואות במקרים פרטיים, ומהם ללמוד על המשואה הכללית.

החלק הממשי של משואה (1) הוא

$$A(\xi + \bar{\xi}) = B \frac{\partial^2 \xi}{\partial \theta^2} + C \frac{\partial^2 \xi}{\partial \phi^2} + D_1 \frac{\partial \xi}{\partial \theta} + E_1 \frac{\partial \xi}{\partial \phi}$$

$$- D_2 \frac{\partial \eta}{\partial \theta} - E_2 \frac{\partial \eta}{\partial \phi}$$

המשוואה המשוואה

המשוואה

f = 1 h = const

$$A = -Rf [f^2 - \cos^2 \theta]$$

$$A = -R \sin^2 \theta$$

$$B = fh$$

$$B = h$$

$$C = \frac{fh}{\sin^2 \theta}$$

$$C = \frac{h}{\sin^2 \theta}$$

$$D_1 = -f \left[\left(\frac{2\cos \theta \sin \theta}{f^2 - \cos^2 \theta} - \text{ctg} \theta \right) h - \frac{\partial h}{\partial \theta} \right]$$

$$D_1 = h(\text{ctg} \theta - 2 \text{ctg} \theta) = h \text{ctg} \theta$$

$$D_2 = \frac{\partial h}{\partial \varphi} \text{ctg} \theta$$

$$D_2 = 0$$

$$E_1 = \frac{f}{\sin^2 \theta} \frac{\partial h}{\partial \varphi}$$

$$E_1 = 0$$

$$E_2 = \frac{f^2 + \cos^2 \theta}{f^2 - \cos^2 \theta} h - \text{ctg} \theta \frac{\partial h}{\partial \theta}$$

$$E_2 = \frac{1 + \cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} h$$

עבור f = 1 h = const וחלק המשוואה ב-h נסמן $\frac{R}{h} = \beta \approx 20$

$$(2) \quad -\beta \left(\xi' + \bar{\xi} \right) \sin^2 \theta = \frac{\partial^2 \xi'}{\partial \theta^2} + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \xi'}{\partial \varphi^2} - \text{ctg} \theta \frac{\partial \xi'}{\partial \theta} - \frac{1 + \cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} \frac{\partial \eta'}{\partial \varphi}$$

פתרון בקרח קו המשוואה $\frac{\pi}{2} = \theta$

$$-\beta \left(\xi' + \bar{\xi} \right) = \frac{\partial^2 \xi'}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \xi'}{\partial \varphi^2} - \frac{\partial \eta'}{\partial \varphi}$$

$$\bar{\xi} = H''' \sin^2 \theta \cos 2\varphi \quad \text{עבור}$$

$$(3) \quad \frac{\partial^2 \xi'}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \xi'}{\partial \varphi^2} - \frac{\partial \eta'}{\partial \varphi} + \beta \xi' + \gamma \cos 2\varphi = 0$$

$$\gamma = H''' \beta$$

כקרום ראשון נחפש פתרון עם $\eta' = \text{const}$ ומתקבלת המשוואה

$$\frac{\partial^2 \xi'}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \xi'}{\partial \varphi^2} + \beta \xi' + \gamma \cos 2\varphi = 0$$

נציב $\xi' = u$ $\theta = \frac{\pi}{2} - x$ $\varphi = y$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \beta u + \gamma \cos 2y = 0$$

$\frac{\partial u}{\partial n} = 0$ ותנאי גודל עבור מלבן $0 < x < a$
 $0 < y < b$

פתרון, בהנחת $\gamma \sim \gamma \cos 2\varphi$

(3)
$$u = \frac{16\gamma}{\pi^2} \sum_{\substack{p,q \\ \text{אי-זוגיים}}} \frac{\sin \frac{p\pi x}{a} \sin \frac{q\pi y}{b}}{p^2 \left[b - \pi^2 \left(\frac{p^2}{a^2} + \frac{q^2}{b^2} \right) \right]}$$

והפתרון ל $\gamma \cos 2\varphi$

(4)
$$u = \frac{4\gamma}{\pi} \sum_{q=1}^{\infty} \frac{1/p}{\pi^2 \left(\frac{p^2}{a^2} + \frac{q^2}{b^2} \right) - \beta} \left[\frac{1 - \cos(q\pi - 2b)}{q\pi - 2b} + \frac{1 - \cos(q\pi + 2b)}{q\pi + 2b} \right] \sin \frac{p\pi x}{a} \sin \frac{q\pi y}{b}$$

כעת אפשר לעבור לחלק המדומה של משואת המועדים, להציב בו את ξ' שקבלנו, ולקבל באותה דרך פתרון מקורב עבור η' .

דויטש התאים את התכנית למחשב למשוואות (2), (3) וניסה לפתר אותן באיטרציה. גם כאן האיטרציה התבדדה. אבל עבור (3) כבר ידוע פתרון בטור מתכנס (אחרי ברור מצבי תהודה).

העבודה במחשב עם המשוואה הפשוטה (2) או (3) לוקחת זמן קצר בלבד ולכן נראה רצוי ביותר לנסות רלקסציה או תחבולות קרובות לה לפחות עם משוואות אלה, ורק אחרי שיהיה ברור איזה הוא התהליך המבטיח את ההתכנסות המהירה ביותר נחזור למשוואת המועדים הכללית.

בינתים כרמלה מחשבת את פתרון הטורים (4) עבור נקודות (x, y) מועטות, ודויטש כנראה יכתב תכנית לחשוב הטור לכל נקודת סריג שהיא, לשם השוואה עם פתרון משוואת ההבדלים.

אופרטור ההתנגשויות.

נמשך לכסון המטריצות לחשוב הערכים העצמיים של הגרעין מסדר ראשון, ערכים אלה יהיו קרוב ראשון מצוין כשנעבר למציאת ערכים עצמיים ופונקציות עצמיות לפי המשוואות הדיפרנציאליות. איטרציה ומעבר למשוואות דיפרנציאליות הם בשלבי עיבוד.

מקור במוצק אלסטי.

בהמשך למפורט בדו"ח הקודם בעמוד 3: תכנית W הכללית נבדקה בעזרת התוצאות של הפולס האלקטרומגנטי, והיא פועלת. תכנית הדטרמיננטות מהוה סוברוטינה לתכנית זו, ובעזרתן אפשר כבר לקבל תוצאות עבור גל PPP, נזכיר שגל זה מתקבל כאינטרפרטציה של

$$\bar{W} = \sqrt{3} k_1 \int_0^\infty J_0(k_1 x) x dx \sqrt{x^2 + \frac{1}{3}} e^{(z-2H)k_1 \sqrt{x^2 + \frac{1}{3}}} \frac{\delta/x}{\Delta}$$

כאשר δ, Δ הדטרמיננטות הידועות, נסמן $\frac{\delta/x}{\Delta} = M(x) + N(x) \sqrt{x^2 + \frac{1}{3}}$

ובתוך זה שני חלקים:

הגל המוחזר המתקבל באינטרפרטציה של

$$\bar{W}(PP) = \sqrt{3} k_1 \int_0^\infty M(x) J_0(k_1 x) x dx e^{k_1 (z-2H) \sqrt{x^2 + \frac{1}{3}}}$$

והגל השבור (החלק PPP) המתקבל באינטרפרטציה של

$$\bar{W}(PPP) = \sqrt{3} k_1 \int_0^\infty \sqrt{x^2 + \frac{1}{3}} N(x) J_0(k_1 x) x dx e^{(z-2H)k_1 \sqrt{x^2 + \frac{1}{3}}}$$

אולם לפני הפעלת התכנית המורכבת לקבלת תוצאות אלה, היה נראה יותר טוב לבדק את התנהגות האינטגרנד (הדטרמיננטות) לאורך דרך האינטגרציה עבור ערכים שונים של הפרמטרים. אחרי השלמת בדיקה זו נעבור לייצור התוצאות לגל P.

כיון שאני מטפלת בדטרמיננטות אלה, קבלתי על עצמי גם כתיבת התכנית לדטרמיננטות עבור גל PPS שבחשובו עוסק ד"ר לונגמן.

הוצאות.

התחלתי סדרת הוצאות על שטות רלקסציה ופתרון משואות דיפרנציאליות.
ההוצאה הראשונה הייתה מוקדשת להסבר עקרון הרלקסציה והפעלתה
לגבי משואות אלגבריות לינאריות.

כללי.

כרמלה וניצה חשבו דטרמיננטות, ניסו כתיבת תכנית של שלש כתבות
למחשב, ורישום נתונים בפלואטינג.
כרמלה גם שרטטה מספר גרפים עבור אופרטור ההתנגשויות ועשתה
חרגילים ברלקסציה של משואת פואסון (כהכנה למקרה פרטי של מועדי ים).
ניצה עבדה במקביל עם יגאל בחשוב ערכים התחלתיים לתנודות כדור
הארץ וחשבה אינטגרלים על צרופים של פונקציות הרמיט עבור אופרטור
ההתנגשויות.

3. אלתרמן.