

עבודה זו בוצעה בהדרכתו של

פרופ' חיים הררי

במחלקה לפיסיקה גרעינית

מכון ויצמן למדע, רחובות

תודתי בתונה לפרופ' חיים הררי על הדרכתו המסורה, עצותיו
המועילות והעידוד המתמיד שנתן לי. אני מודה לו על היחס החברי
ועל הנכונות לעזרה בכל תחום ובכל זמן.

ברצוני להודות גם לכל חברי במחלקות לפיסיקה במכון ויצמן,
באוניברסיטת תל-אביב ובאוניברסיטה העברית ובמיוחד לחברי אייל
כהן על השיחות הרבות והמועילות שניהלנו.

תודה מיוחדת גם ללידיה מוסקוביץ' על עזרתה ומסירותה בהדפסת

כתב היד.

תוכן הענינים

עמוד

1	תקציר	
<hr/>		
1	מבוא	1
1	א. מבנה פנימי מדוע?	
2	ב. בעית הסקאלות	
4	ג. המודל המושלם	
6	2. המודל המינימלי	
10	3. מודל הראשונים	
16	4. הפרמיונים המורכבים במודל הראשונים	
22	5. וקטורי כיוול מורכבים	
22	א. דיון כללי	
24	ב. חלקיקי כיוול מורכבים במודל הראשונים	
27	6. חלקיקי היגס מורכבים	
27	א. דיון כללי	
31	ב. חלקיקי היגס במודל הראשונים	
33	7. חידת הצורות	
33	א. דיון כללי	
35	ב. דוגמה - מודל הראשונים	
37	8. התפרקות הפרוטון	
37	א. דיון כללי	
38	ב. התפרקות הפרוטון במודל הראשונים	

44	9. בעית הסימטריה הכירלית
44	א. דינון כללי
47	ב. סימטריות כירליות בדידות
52	ג. שאלת הסימטריה הכירלית במודל הראשוני
55	10. סיכום
58	רשימת סיפרות
c	Abstract

תקציר

המודל הסטנדרטי למבנה החומר מתאר את הקוארקים והלפטונים כחלקיקים היטודיים בטבע. מספר קשיים במודל זה מצביעים על האפשרות שלקוארקים וללפטונים יש מבנה פנימי. אימוץ הנחת המבנה הפנימי מעורר בעיה אחרת, שכן הקוארקים והלפטונים, כחלקיקים מורכבים, הינם חסרי מסה כמעט לחלוטין ביחס לסקאלת כוחות הקשירה Λ (Λ^{-1} הוא רדיוס החלקיק המורכב). פתרון לבעיה זו שהוצע ע"י טהופט, מבוסס על קיומה של סימטריה כירלית בלתי שבורה ספונטאנית, המגינה על הפרמיונים המורכבים מקבלת מסה.

אם אכן הקוארקים והלפטונים הם חלקיקים מורכבים, הרי שהתורה הבסיסית מכילה פרמיונים יטודיים חסרי מסה, שביניהם פועלת אינטראקציה כיוול לא-אבלית הקרויה "היפר-צבע". אינטראקציה זו כוללת את הפרמיונים היטודיים לחלקיקים מורכבים חסרי היפר-צבע. היות שהפרמיונים היטודיים חסרי מסה והאינטראקציה ביניהם היא איב-טראקציה כיוול, הרי שהתורה היסודית אינווריאנטית תחת חבורת סימטריה כירלית. אם תת-חבורה כירלית של סימטריה זו אינה נשברת ספונטאנית, ניתן לקבל באופן "טבעי" פרמיונים מורכבים חסרי מסה, הללו מזוהים עם הקוארקים והלפטונים והמודל הסטנדרטי מהווה תורה אפקטיבית מקורבת לתאור תופעות באנרגיות נמוכות. מודל מושלם המבוסס על עקרונות אלו אמור לשחזר את המספרים הקואנטיים השונים, ולענות על השאלות הדינמיות המתעוררות במודלים מסוג זה. מודל כזה אינו ידוע עדיין, עבודה זו בוחנת מספר היבטים של מודלים למבנה פנימי של קוארקים ולפטונים, ומעלה הצעות לפתרון כמה בעיות האופייניות למודלים אלו:

1. האינטראקציה החלשה מזוהה עם החלק ארוך הטווח של הכח השיורי של ההיפר-צבע. מכאן שחלקיקי הכיוול המסיביים W ו- Z הם חלקיקים מורכבים.

2. חלקיקי ההיגס הם מצבים קשורים של הפרמיונים המורכבים, כשהקשירה מתבצעת בעזרת כוחות ההיפר-צבע השיוריים שביניהם. מצבים קשורים אלו שייכים להצעות הדרושות לשבירת הסימטריה $SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$ שהיא החבורה האלקטרו-חלשה במודלים האיננווריאנטיים תחת זוגיות.

3. הדורות מתוארים כמצבים מעוררים של מערכת קואנטית. הערוך הוא של

זוגות פרמיונים יסודיים ומספר קואנטי אקסיאלי אופקי מבחין בין הדורות.

4. הפרוטון אינו יציב, אך כלל ברירה כלשהו מונע את התפרקותו בסדר ראשון,

ולכן יכולה סקאלת ההיפר-צבע להיות במוכה.

5. הקוארקים והלפטונים מוגנים מקבלת מסה גבוהה ע"י סימטריה כירלית בדידה,

במצב זה אין צורך לקיים את משוואות הקונסיסטנטיות של טהופט,

חמש הצעות אלו מודגמות במודל ספציפי - "מודל הראשונים" המוצג כמנדל

המינימלי האפשרי. מודל זה מבוסס על תורת הכיול $SU(3)_H \times SU(3)_C \times U(1)_{em}$, ומצויים

בו שני פרמיונים יסודיים - "ראשונים" - T בהצגה $(3, 3)_{1/3}$ ו-V בהצגה $(3, \bar{3})_0$.

הקוארקים והלפטונים בדור הראשון מוצגים כחלקיקים חסרי היפר-צבע, המורכבים

משלושה ראשונים או שלושה אנטי-ראשונים, בחינת תכונותיהם של הראשונים מסבירה

מספר קורלציות שבין המספרים הקואנטיים של הקוארקים והלפטונים, הנראות מקריות

במסגרת המודל הסטנדרטי. ברמת החלקיקים המורכבים מופיעה החבורה האלקטרו-חלשה

$SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$ כסימטריה מקורבת חדשה, שחלקה הנאוטרלי קיים כסימטריה

גלובלית של התורה היסודית.

עיקר הצלחתו של מודל הראשונים היא בתחום המספרים הקואנטיים ועיקר קשייו

ממוקדים בשאלות דינמיות. קושי אחד מקורו בחלקיקי הכיול W ו-Z. חלקיקים וקטוריים

אלו קלים מאוד ביחס לסקאלת כוחות הקשירה ללא כל סיבה נראית לעין. קושי דינמי שני

במודל זה קשור לסימטריה הכירלית שלו. זו חייבת להשבר באופן שובה מהמקובל - בעזרת

ערכי תצפית בואקום לאופרטורים מולטי-פרמיוניים.

כל אחת מההצעות הכלליות שפורטו לעיל עשויה להתממש גם אם יתגלה מודל

הראשונים כשגוי.

1. מבוא

א. מבנה פנימי מדוע?

המודל הסטנדרטי למבנה החומר אינו מושלם עדיין. מספר שאלות פתוחות במודל זה, שמקורן בפגמים "אסתטיים" שלו (ולא באי התאמתו לתוצאות הנסיוניות), מעלות את האפשרות לקיום תאוריה רחבה יותר למבנה החומר. בתאוריה רחבה כזו, אם קיימת, מהווה המודל הסטנדרטי קרוב למודל האמיתי באנרגיות הנמוכות בלבד.

תורות האיחוד הגדול (Grand Unification) ⁽¹⁾, תורות של טכני-צבע (Technicolor) ⁽²⁾ ותורות בעלות סופר סימטריה (Super-Symmetry) ⁽³⁾ הינן דוגמאות אפשריות לתאוריה שכזו, אפשרות אחרת, המתבססת על ההנחה שהקוארקים והלפטונים הינם חלקיקים מורכבים ⁽⁴⁾, תידון בהרחבה בעבודה זו. למרות שאין עדיין תוצאות ניסיוניות המצביעות על מורכבותם של הקוארקים והלפטונים, הרי הנחת מבנה פנימי שכזה, מאפשרת, ולו למראית עין, קבלת פתרון פשוט לחמשת הקשיים העיקריים שבמודל הסטנדרטי:

- 1) בתאוריה בסיסית רצוי כי מספר הקבועים היסודיים יהיה קטן ככל האפשר, המודל הסטנדרטי מאופיין ע"י יותר מעשרים פרמטרים בלתי תלויים, בעוד שבמודל המתבסס על קוארקים ולפטונים מורכבים יהיו פחות פרמטרים כאלו. במודל כזה, יהווה המודל הסטנדרטי תורה אפקטיבית לתיאור אינטראקציות בין חלקיקים מורכבים, כאשר הפרמטרים המופיעים בו תלויים בקבועי התורה הבסיסית (שמספרם מועט) וניתנים, לפחות עקרונית, לחישוב.
- 2) מספרן של אבני הבנין היסודיות במודל הסטנדרטי גדול מאוד, כיום ידועים עשרים ואחד קוארקים ולפטונים, ושלושה נוספים (t) חזויים. קיום תשעה וקטורי כיוול כבר אושר נסיונית, וראיות לקיומם של שלושה נוספים (Z, W^\pm) מצטברות והולכות, גם קיומו של חלקיק היגס אחד (לפחות) הינו בלתי נמנע, למרות שהוא לא נמצא עדיין נסיונית. המצאותם של חלקיקים רבים כל כך, ניתנת להסבר ע"י "בניתם" ממספר קטן יותר של אבני בנין.

3) המודל הסטנדרטי אינו מסביר קורלציות שונות בין המספרים הקואנטיים של הפרמיונים (הקוארקים והלפטונים) השונים. ביניהן ניתן למנות את העובדה שהמטען החשמלי של החלקיקים מופיע בכפולות שלמות של $\frac{1}{3}$; את הזהות של הטריאליטי של הצגת הצבע הן לשלוש פעמים מינוס המטען החשמלי והן לשלוש פעמים ההפרש בין המספר הבריוני והמספר הלפטוני (B-L); ואת ההתאפסות של סכום המטענים החשמליים של הפרמיונים או של סכום ערכי B-L שלהם בכל דור. נסיון העבר מלמד, כי מספר רב של חלקיקים וקיומם קורלציות בין המספרים הקואנטיים שלהם, יכול להעיד על מבנה פנימי של חלקיקים אלו (למשל במודל הקוארקים). בחינת המבנה הפנימי של הפרמיונים, תוכל אולי להסביר את הקשרים הללו שבין המספרים הקואנטיים שלהם.

4) אחד הפגמים החמורים במודל הסטנדרטי, הינו חוסר כל הסבר להופעתם של הפרמיונים בדורות. דורות אלו (לפחות שלושה) הינם בעלי מבנה זהה, כאשר הצרופים ה"מותרים" של הצגות הצבע, ערכי B-L והמטענים החשמליים של הפרמיונים, חוזרים מספר פעמים, יתכן שהנחת מבנה פנימי לקוארקים וללפטונים תאפשר להבין "דנרות" אלו כעירורים של רמת היסוד שהיא הדור הראשון (5).

5) בעיה נוספת במודל הסטנדרטי היא בעית "הכיוון העדין" (fine tuning) (6) של מספר פרמטרים, הקשורים לסקלרים היסודיים, ערכיהם של מספר גדלים מדידים מושפעים באופן ניכר משינויים קטנים בערכי פרמטרים אלו, ולכן קיים הצורך ב"כיוון עדין" של האחרונים. כיוון עדין זה אינו נדרש, כאשר הסקלרים הללו מורכבים מפרמיונים.

ב. בעית הסקאלות

מספר תופעות ה"אסורות" לחלוטין במודל הסטנדרטי אפשריות בתורה הרחבה יותר, בה מהווה המודל הסטנדרטי תורה אפקטיבית מקורבת בלבד. עם אלו ניתן למנות את התפרקות הפרוטון, תהליכים כגון $e\gamma \rightarrow \mu$, $eN \rightarrow \mu N$ ו- $\mu N \rightarrow e\mu$, תרומות נוספות לערכי $g-2$ של הפרמיונים השונים ועוד. אפקטים אלו לא נמדדו עדיין בנסיון, דבר המטיל גבולות שונים על תאוריה כללית כזו.

אם, כדוגמה, יהיו הקוארקים והלפטונים מורכבים מאותן אבני בנין, הרי שהתהליך $u+u \rightarrow e^+ + \bar{d}$ יוכל להתבצע ע"י אירגון מחדש של הפרמיונים הבסיסיים בתוך הקוארקים והלפטונים (5) (7). תהליך זה משמר את כל סימטריות הכיול של המודל הסטנדרטי, ובהעדר כלל ברירה נוסף, האמפליטודה שלו פרופורציונית ל Λ^{-2} ($r = \Lambda^{-1}$) הוא הרדיוס האפקטיבי של הקוארקים והלפטונים). כך נגרמת התפרקות הפרוטון בזמן חיים של $\tau_p \sim \Lambda^4 m_p^{-5}$ (m_p - מסת הפרוטון) ומכאן ש $\Lambda \gtrsim 10^{15} \text{ GeV}$. במודל בעל ערך Λ נמוך יותר, נובעת, כנראה, יציבות הפרוטון מחוק שימור או מכלל ברירה כלשהו.

רוב הנסיונות מטילים גבולות שונים על הפרמטרים שבתאוריות השונות. הערכים המדודים של המומנט המגנטי האנומלי ($g-2$) של הלפטונים, לעומת זאת, מובילים לגבול שאינו תלוי במודל עצמו, לגבי האנרגיה בה תתגלנה לראשונה תופעות חדשות שמעבר למודל הסטנדרטי. גבול זה מחושב כ $\Lambda \gtrsim 500 \text{ GeV}$ ורדיוסם של הקוארקים והלפטונים חייב, לכן, להיות לכל היותר $\sim 4 \cdot 10^{-17} \text{ cm} \sim (500 \text{ GeV})^{-1}$ (8).

רדיוס קומפטון של הקוארקים והלפטונים (m^{-1}) גדול במספר סידרי גודל מערך זה, אם אמנם חלקיקים אלו הם חלקיקים מורכבים הרי שזוהי המערכת המורכבת היחידה, הידועה עד עתה, שרדיוסה קטן מאד לעומת רדיוס קומפטון שלה. במילים אחרות, החלקיק המורכב כמעט חסר מסה ביחס לסקאלת האנרגיה של כוחות הקשירה שלו. טהופט הציע הסבר "טבעי" (9) למצב בו קיימים פרמיונים מורכבים חסרי מסה. לפי טהופט קיימת אינטראקציה כיוול לא אבלית בעלת סקאלה Λ , הכולאת את הפרמיונים היסודיים. הסקאלה Λ קובעת את רדיוס הפרמיונים המורכבים (הקוארקים והלפטונים) וערכה גדול מאד. הפרמיונים היסודיים הם חסרי מסה, ולכן תאוריה זו היא בעלת סימטריה כירלית. חלק מסימטריה כירלית זו אינו נשבר ספונטנית, וכך "מוגנים" מספר פרמיונים מורכבים מקבלת מסה בסדר גודל של Λ .

טהופט הציע גם תנאי הכרחי שיקויים ע"י הפרמיונים המורכבים חסרי המסה. הוא בחן את האנומליה של פונקציה גרין של שלושה זרמים המתאימים לסימטריות שאינן שבורות ספונטנית. ערך אנומליה זו ניתן לחישוב הן בעזרת הפרמיונים היסודיים חסרי המסה, והן בעזרת הפרמיונים המורכבים חסרי המסה. הערכים המתקבלים משתי שיטות חישוב אלו

חייבים להזדהות⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾. זהויות כאלו מגבילות באופן ניכר את האפשרות שהסימטריות הכירליות תשארנה שמורות⁽⁹⁾⁽¹¹⁾. אי היכולת לקיים תנאים אלו, מוכיחה כי הסימטריה הכירלית נשברת באופן ספונטאני. פתרון המקיים זהויות אלו, אינו מהווה הוכחה כי הסימטריה הכירלית אינה נשברת.

במודל בו הקוארקים והלפטונים הם חלקיקים מורכבים ומסתם הנמוכה היא ביטוי לסימטריה כירלית שמורה, יש להבין מדוע סימטריה זו אינה שבורה ספונטאנית (כמו ב QCD) ולוודא את קיומם של תנאי הקונסיסטנטיות של טהופט (תנאי האנומליה).

ג. המודל המושלם

מודל אידאלי למבנה פנימי של קוארקים ולפטונים חייב, אם כן, למלא אחר הדרישות

הבאות:

1. מספר קטן של פרמטרים חופשיים.
2. מספר קטן של חלקיקים יסודיים.
3. אי קיום סקלרים יסודיים.
4. הסבר לאי שבירתו של חלק מהסימטריה הכירלית.
5. קיום משואות הקונסיסטנטיות של טהופט ע"י הפרמיונים המורכבים חסרי המסה.
6. קיום מנגנון ליצירת מסות קטנות לקוארקים וללפטונים.
7. הסבר לקורלציות שבין המספרים הקואנטיים של החלקיקים הקשורים.
8. קיום בוזונים קלים או חסרי מסה (חלקיקי כינול וחלקיקי היגע).
9. פתרון ל"חידת הדורות".
10. הסבר ליציבותו הרבה של הפרוטון.

מודל הממלא אחר כל הדרישות הללו אינו ידוע עדיין. מודלים שונים שהנצעו ממלאים חלק מדרישות אלו, ומהווים צעד חשוב בדרך למודל המושלם.

בעבודה זו יתואר מודל למבנה פנימי של קוארקים ולפטונים - מודל הראשונים, העונה על חלק מהדרישות ממודל מושלם. כמו כן תידונה בעבודה זו מספר תכונות כלליות של מודלים כאלו, שתודגמנה במודל הראשונים, הפרק הבא ידון בתכונות המודל המינימלי מסוג זה, ויציג את מודל הראשונים כמודל הפשוט ביותר האפשרי. תכונותיו הבסיסיות של מודל זה תתוארנה בפרק השלישי. הפרק הרביעי יוקדש לדיון בפרמיונים המורכבים (הקוארקים והלפטונים) שבמודל הראשונים, וחמשת הפרקים שאחריו ידונו בחמש שאלות הקשורות בכל מודל למבנה פנימי של קוארקים ולפטונים. פרקים אלו, שיפתחו בדיון כללי בתכונה הנבדקת, ויסתיימו בהדגמה במודל הראשונים, ידונו באפשרות לקינם נקטורי כיול מורכבים, בחלקיקי היגס מורכבים, בהצעה לפתרון חידת הדורות, בהתפרקות הפרוטון, ובשאלת הסימטריה הכירלית. סיכום לעבודה כולה, ולמודל הראשונים בפרט, יוצג בפרק האחרון.

2. המודל המינימלי

במודלים למבנה פנימי של קווארקים ולפטונים, מעורבות שתי תורות שונות המתוארות ע"י שני לגרנזיאנים שונים:

1. הלגרנזיאן הבסיסי, בו משתתפים החלקיקים היסודיים. לגרנזיאן זה שהוא רנורמליזבילי, מתאר בין השאר גם אינטראקציה כיוול $SU(N)_H$ חזקה מאד, בעלת סקאלה Λ_H , האחראית לכליאית הפרמיונים היסודיים בתוך הקווארקים והלפטונים⁽⁹⁾. אינטראקציה זו תכונה היפר-צבע (Hyper-color).

2. לגרנזיאן אפקטיבי, המתאר תופעות שבאנרגיות נמוכות מאד ביחס ל Λ_H . כל החלקיקים המשתתפים בלגרנזיאן זה הם סינגלטים של $SU(N)_H$. במודל ריאליסטי, מהווה לגרנזיאן זה קרוב טוב למודל הסטנדרטי, ובגבול $\Lambda_H \rightarrow \infty$ הוא מתלכד עם המודל הסטנדרטי ונעשה רנורמליזבילי⁽¹²⁾.

החלקיקים המופיעים בלגרנזיאן האפקטיבי ידועים - אלו חלקיקי המודל הסטנדרטי. בפרק זה נחפש את מערכת החלקיקים היסודיים המינימלית, שתופיע ברמה הבסיסית ושחאפשר את מילוי כל הדרישות, שהוצגו בפרק הקודם. בכל אחד משלבי החיפוש, נבחר בכיוון הפשוט ביותר ונתעלם מאפשרויות מסובכות ממנו.

בתורה האפקטיבית מופיעים לפחות שניים עשר חלקיקי כיוול: הגלואונים, הפוטון, W^\pm ו- Z , שיתכן כי חלקם (או כולם) מורכבים, מספר נסינונות כושלים ליצירת חלקיקי כיוול מורכבים חסרי מסה⁽¹³⁾ ומשפט האוסר מצב כזה⁽¹⁴⁾, מביאים למסקנה כי הגלואונים והפוטון הינם חלקיקים יסודיים. החלקיקים W^\pm ו- Z , לעומתם, מתאימים לסימטריות שבורות ספונטנית, ולכן הם בעלי מסה. מאחר שאין משפט האוסר את קיום האחרונים כחלקיקים מורכבים, לא נניח, בשלב זה, כי הם חלקיקים יסודיים. בנוסף לגלואונים ולפוטון חייבים להתקיים חלקיקי כיוול נוספים - וקטורי הכיוול של אינטראקציה היפר-צבע שהנם היפר-גלואונים. מכאן שסימטריית הכיוול של הלגרנזיאן היסודי היא לפחות $SU(N)_H \times SU(3)_c \times U(1)_{em}$. בשל השאיפה למינימליות נניח כי זוהי סימטריית הכיוול המלאה של התורה היסודית.

נניח כי כל הפרמיונים היסודיים נמצאים בהצגה N של חבורת ההיפר-צבע, מובן כי האנטי-פרמיונים שייכים להצגה \bar{N} . גם פה בחרנו באפשרות המינימלית - ההצגה שאינה טריביאלית הפשוטה ביותר.

ליצירת פרמיון מורכב, N חייב להיות איזוגי (N זוגי לא יאפשר הרכבת פרמיון מ- N פרמיונים יסודיים). הבחירה הפשוטה ביותר היא כמובן $N=3$, כך שחבורת הכיול של התורה הבסיסית היא $U(1)_{em} \times SU(3)_c \times SU(3)_H^{(15)}$. מאחר שהפרמיונים המורכבים הם חסרי היפר-צבע, מובן שכל אחד מהם מכיל שלושה פרמיונים יסודיים או שלושה אנטי פרמיונים כאלו (או ארבעה פרמיונים ואנטי פרמיון וכו').

מאחר שקיימים ערכים שונים למטענים החשמליים של הפרמיונים המורכבים, ברור שנדרשים לפחות שני ערכי מטענים חשמליים שונים לפרמיונים היסודיים, התבוננות בטבלה 1 מלמדת כי הערכים "נוחים" ביותר הינם $Q=\frac{1}{3}$ ו- $Q=0$ (5) (16). הפרמיון היסודי בעל המטען $Q=\frac{1}{3}$ יסומן ב- T , והפרמיון הנאוטרלי יסומן ב- V (5). פרמיונים יסודיים אלו יכוננו ראשונים (5). המטענים החשמליים של האנטי-ראשונים \bar{T} ו- \bar{V} , יהיו כמובן, $Q=-\frac{1}{3}$ ו- $Q=0$, בהתאמה.

הרכבו מראשונים	B-L	$U(1)_{em}-Q$	$SU(3)_c$	החלקיק
$\bar{T}\bar{T}\bar{T}$	1	1	1	e^+
$\bar{T}\bar{T}V$	1/3	2/3	3	u
$\bar{V}\bar{T}\bar{T}$	-1/3	1/3	$\bar{3}$	\bar{d}
$\bar{V}\bar{V}\bar{V}$	-1	0	1	ν
$\bar{V}\bar{V}\bar{V}$	1	0	1	$\bar{\nu}$
$\bar{V}\bar{T}\bar{T}$	1/3	-1/3	3	d
$\bar{V}\bar{T}\bar{T}$	-1/3	-2/3	$\bar{3}$	\bar{u}
$\bar{T}\bar{T}\bar{T}$	-1	-1	1	e^-

טבלה 1: הקוארקים והלפטונים בדור הראשון, הצגות הצבע שלהם, ערכי המטענים החשמליים ו-B-L והרכבם מראשונים.

בעזרת ערכי המטענים החשמליים של הראשונים, ניתן להסביר מספר תופעות:

1. קואנטיזציה המטען מוסברת בקיום חלקיק יסודי טעון אחד בלבד (T) ⁽⁵⁾.
 2. אי המצאותם של פרמיונים מורכבים בעלי $|Q| > 1$ מחזקת את הבחירה $N=3$, $N > 3$ היה גורם לקיום חלקיק בעל מטען $Q = \frac{N}{3} > 1$.
 3. הופעתם בספקטרום של כל ערכי Q בין 1- ל-1 ב"קפיצות" של $\frac{1}{3}$, מוסברת בהנחת המטענים 0 - ו- $\frac{1}{3}$ לפרמיונים היסודיים ⁽⁵⁾.
 4. סכום המטענים החשמליים של הפרמיונים בדור מתאפס שכן הם מורכבים ממספר זהה (6) של חלקיקי T ושל חלקיקי \bar{T} ⁽⁵⁾.
 5. אטום המימן אינו טעון כי הוא מורכב מארבעה חלקיקי T וארבעה חלקיקי \bar{T} ⁽⁵⁾.
- בנוסף לתכונות ההיפר-צבע והמטען החשמלי של הראשונים, יש לקבוע גם את הצגות הצבע שלהם. תכונות טרנספורמציה זהות תחת $SU(3)_c$ ל-T ול-V תגרומנה לכך שלכל הפרמיונים חסרי היפר-צבע יהיה ערך זהה לטריאליטי של הצבע, בטבלה 2 מוצגות אפשרויות שונות, להצגות הצבע של T ו-V. בכל טור ל-T ול-V תכונות צבע שונות, והפרט הטריאליטי שבינן הוא -1.

	מודל 4	מודל 3	מודל 2	מודל 1	
* * *	$\bar{6}$	3	$\bar{3}$	1	T
* * *	6	$\bar{3}$	1	3	V

טבלה 2: אפשרויות שונות לבחירת הצגות הצבע של T ו-V.

הקשר שבין הצגות הצבע של הקוארקים והלפטונים לבין מטענם החשמלי, ניתן להסבר

- בעזרת הצגות הצבע של T ו-V. שינוי פרמיון מורכב בעל מטען Q לפרמיון מורכב בעל מטען $Q + \frac{1}{3}$, נעשה ע"י החלפת V ב-T (או \bar{T} ב- \bar{V}), כלומר ע"י שינוי הטריאליטי ב-1 ⁽¹⁷⁾.
- כל אחד מהמודלים שבטבלה 2 מאפשר את שיחזור הצגות הצבע של הקוארקים והלפטונים, כמכפלות של הצגות הצבע של הראשונים (טבלה 1).

בכל המודלים שבטבלה 2 הרכב הפוזיטרון הינו TTT, והרכב הנאוטרינו - VVV. פונקצית הגל של ההיפר-צבע הינה אנטי-סימטרית לחלוטין בשני חלקיקים אלו. במודל 1 (טבלה 2) נמצא T בסינגלט של צבע, ו-V בטריפלט ומכאן שפונקצית הגל של הצבע סימטרית לחלוטין ב-TTT ואנטי סימטרית לחלוטין ב-VVV. קיום סטטיסטיקת פרמי, מחייב שפונקצית הגל המרחבית בשני חלקיקים אלו תהיה שונה, דבר הנכון גם במודל 2⁽¹⁸⁾ (טבלה 2). השאיפה לדמיון בפונקצית הגל המרחבית של הלפטונים, מביאה להעזפתו של מודל 3⁽¹⁵⁾ (טבלה 2). (תכונה חשובה נוספת של מודל זה, החסרה במודלים 1 ו-2, תידון בפרק 3). מודל 4, שהוא מסובך ממודל 3, ידון בפרק 9.

מהאמור לעיל עולה כי סימטרית הכיול של הלגרנזיאן היסודי היא

$$SU(3)_H \times SU(3)_C \times U(1)_{em} \quad (15)$$

הפרמיונים היסודיים - הראשונים - שייכים להצגות $T: (3, 3)_{1/3}$ ו- $V: (3, \bar{3})_0$ תחת סימטרית הכיול.

מודל זה הינו המודל המינימלי האפשרי. בשאלת השאלה הבאה; האם הלגרנזיאן האפקטיבי לאנרגיות נמוכות של מודל זה מזדהה עם לגרבזיאן המודל הסטנדרטי? לשאלה דינמית זו אין עדיין תשובה פסקנית, והיבטים שונים שלה ידונו בהמשך, מודל הראשונים אינו עונה על כל הדרישות למודל המושלם שפורטו בפרק הראשון; עם זאת, מפתיעה העובדה כי למרות פשטותו, הוא מקיים חלק ניכר מדרישות אלו,

3. מודל הראשונים

בפרק זה תחקרנה תכונותיו של "המודל המינימלי" שהוגדר בפרק 2 - מודל הראשונים ותבדקנה הסימטריות השונות שלו. לגרנז'יאן המודל הוא (19):

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L} = & \bar{\psi}_{jj'} (i\delta_k^j \delta_k^{j'} \not{\partial} + g_H \delta_k^j (\lambda^a)^{jj'} A_H^a + g_C \delta_k^j (\lambda^a)^j A_C^a + \\
 & + \frac{1}{3} e \delta_k^j \delta_k^{j'} A T^{kk'} + \bar{\nu}_j (i\delta_j^k \delta_k^{j'} \not{\partial} + g_H \delta_j^k (\lambda^a)^{jj'} A_H^a + \\
 & + g_C \delta_j^k (\lambda^a)^k A_C^a) \nu_k - \frac{1}{4} (F_{EM})_{\mu\nu} (F_{EM})^{\mu\nu} - \frac{1}{4} (F_C^a)_{\mu\nu} (F_C^a)^{\mu\nu} - \\
 & - \frac{1}{4} (F_H^a)_{\mu\nu} (F_H^a)^{\mu\nu}
 \end{aligned}$$

T ו-V הם שני ספינורי דירק, המתארים שני חלקיקים ימניים נשמאליים חסרי מסה, $a=1, \dots, 8$ הינו האינדקס של יוצרי SU(3). היוצרים λ^a מוגדרים ע"י מטריצות 3×3 , כאשר $j, k=1, 2, 3$ הינם אינדקסי הצבע, ו- $j', k=1, 2, 3$ הינם אינדקסי ההיפר-צבע, $A_{C\mu}^a, A_{H\mu}^a, A_\mu$ הם השדות של הפוטון, ההיפר-גלאון והגלואון, בהתאמה. $(F_H^a)_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + g_H f_{abd} A_\mu^b A_\nu^d$. אינדקסים עליונים ותחתונים מתאימים להצגות 3 ו- $\bar{3}$, בהתאמה. ניתן להוסיף לגרנז'יאן זה איברים מסוג $\theta F\tilde{F}$, העלולים לגרום לאי שימור CP חזק ו/או היפר-חזק, איברים אלו אינם גורמים כאן לבעיה מיוחדת (20) ולא בדון בהם במסגרת זו.

בהעדר איברי מסה ל-T ול-V, מאופיין הלגרנז'יאן ע"י הסקאלה Λ_H וע"י שני פרמטרים חסרי מימדים בלתי תלויים: Λ_C/Λ_H (או $\frac{g_C}{g_H}(\Lambda_H)$) ו- α (כאשר $\alpha = \frac{e^2}{4\pi}$), עבור $\Lambda_H \sim 10^3 - 10^8$ GeV, ערכי פרמטרים אלו הם $\frac{g_C}{g_H}(\Lambda_H) \sim 0.15 - 0.25$ ו- $e \sim 0.3$.

במודל הראשונים קיימות שלוש סימטריות כיוול מדויקות: ההיפר-צבע, הצבע והאלקטרומגנטיות. סימטריות אלו תשברנה בהמשך, בעוד שיתר

הסימטריות שנדון בהן, תשברנה.

בנוסף לשלוש סימטריות כיוול אלו, הלגרנזיאן אינווריאנטי גם תחת מספר סימטריות גלובליות רציפות ובדידות. כך, למשל, זוגיות וצימוד מטען מהנות סימטריות של התאוריה, כי הראשונים הם חלקיקים ימניים ושמאליים, וכל האינטראקציות הן נקטנריגות.

נושא הסימטריות הגלובליות הרציפות מעט סבוך יותר. למרות קינמס של שני סוגי ראשונים, אין כאן סימטריה $SU(2)$. ל- T ול- V תכונות טרנספורמציה זהות תחת $SU(3)_H$, אך הם בהצגות שונות של $SU(3)_C$.

יש לדון כאן בארבעה חוקי שימור בפרדים - שימור מספר T_L, T_R, V_L, V_R . מתאימות להם ארבע סימטריות $U(1)$ וארבעה זרמים:

$$\begin{aligned} (J_{\text{vector}}^T)_\mu &= \bar{T} \gamma_\mu T \\ (J_{\text{vector}}^V)_\mu &= \bar{V} \gamma_\mu V \\ (J_{\text{axial}}^T)_\mu &= \bar{T} \gamma_\mu \gamma_5 T \\ (J_{\text{axial}}^V)_\mu &= \bar{V} \gamma_\mu \gamma_5 V \end{aligned}$$

הזרם הראשון, J_{vector}^T , זהה לזרם האלקטרומגנטי, והסימטריה $U(1)$ המתאימה לזרם זה היא סימטריית הכיוול $U(1)_{em}$. חוק שימור מספר הראשונים מסוג V , מתאים לסימטריה $U(1)_V$ ולזרם השמור J_{vector}^V . נוח להגדיר את שני הצרופים הלינאריים הבאים של שני זרמים אלו:

$$\begin{aligned} J_\mu^R &= \frac{1}{3}(\bar{T} \gamma_\mu T + \bar{V} \gamma_\mu V) \\ J_\mu^{B-L} &= \frac{1}{3}(\bar{T} \gamma_\mu T - \bar{V} \gamma_\mu V) \end{aligned}$$

המספר הקואנטי R הינו מספרם הכללי של הראשונים פחות מספרם של האנטי-ראשונים ("המטען הראשוני"). המספר הקואנטי השני - $[(n_T - n_{\bar{T}}) - (n_V - n_{\bar{V}})]$, הינו (כפי שיזוהה בהמשך) ההפרש בין המספר הבריוני והמספר הלפטוני, ולכן הוא יסומן כ- $B-L$. ניתן להחליף את האינווריאנטיות תחת $U(1)_{em} \times U(1)_V$ באינווריאנטיות תחת $U(1)_R \times U(1)_{B-L}$.

שני הזרמים האקטיאליים J_{axial}^T ו- J_{axial}^V אינם שמורים בגלל אנומליות:

$$\partial^\mu (J_{axial}^T)_\mu = \frac{3g_H^2}{32\pi^2} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} (F_H^a)_{\mu\nu} (F_H^a)_{\rho\sigma} + \frac{3g_C^2}{32\pi^2} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} (F_C^a)_{\mu\nu} (F_C^a)_{\rho\sigma} + \frac{e^2}{16\pi^2} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} (F_{EM})_{\mu\nu} (F_{EM})_{\rho\sigma}$$

$$\partial^\mu (J_{axial}^V)_\mu = \frac{3g_H^2}{32\pi^2} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} (F_H^a)_{\mu\nu} (F_H^a)_{\rho\sigma} + \frac{3g_C^2}{32\pi^2} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} (F_C^a)_{\mu\nu} (F_C^a)_{\rho\sigma}$$

גם כאן, נוח להגדיר את סכומם והפרשם של שני זרמים אלו:

$$X_\mu = \bar{T}\gamma_\mu\gamma_5 T + \bar{V}\gamma_\mu\gamma_5 V$$

$$Y_\mu = \bar{T}\gamma_\mu\gamma_5 T - \bar{V}\gamma_\mu\gamma_5 V$$

וניתן לראות כי:

$$\partial^\mu X_\mu = \frac{3g_H^2}{16\pi^2} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} (F_H^a)_{\mu\nu} (F_H^a)_{\rho\sigma} + \frac{3g_C^2}{16\pi^2} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} (F_C^a)_{\mu\nu} (F_C^a)_{\rho\sigma} + \frac{e^2}{16\pi^2} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} (F_{EM})_{\mu\nu} (F_{EM})_{\rho\sigma}$$

$$\partial^\mu Y_\mu = \frac{e^2}{16\pi^2} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} (F_{EM})_{\mu\nu} (F_{EM})_{\rho\sigma}$$

למרות קיומן של שתי חבורות לא אבליות, רק סימטריה אחת בלבד - $U(1)_X$ - נשברת עיי אינסטנטונים. הזרם Y_μ אמנם אינו שמור בגלל האנומליה האלקטרומגנטית, אך ניתן להגדיר מטען שמור \bar{V} , והלגרנדיאן אינווריאנטי תחת הסימטריה הגלובלית האקטיאלית $U(1)_Y$. סימטריית $U(1)_Y$ כזו לא היתה מתקבלת, לו נבחרו המודלים 1 או 2 בפרק 2 (טבלה 2) וזהו אחד החסרונות העיקריים של

מודלים אלו. במודל 4 בפרק 2 (טבלה 2), לעומת זאת, קיימת סימטריה $U(1)_Y$ כזו.

הסימטריה $U(1)$ נשברת הן עי"י אינסטנטונים של היפר-צבע והן עי"י אלו של צבע, וזאת בעזרת ערך הצפית בואקום של אופרטור בעל 12 פרמיונים. כך נשארת תת חבורה Z_{12}^X של $U(1)_X$ שמורה, כלומר המטען האקסילאי X שמור מודולו 12.

הסימטריות $U(1)$ השונות והזרמים המתאימים להן מסוכמים בטבלה 3. המספרים הקואנטיים השונים של הראשונים מוצגים בטבלה 4. הסימטריה הרציפה של התאוריה היא

$$SU(3)_H \times SU(3)_C \times U(1)_{em} \times U(1)_V \times U(1)_Y$$

בנוסף, קיימות הסימטריות הבדידות Z_{12}^X , הזוגיות וצימוד המטען.

בנוסף לסימטריות מדויקות אלו, יש לדון גם בסימטריות מקורבות. באנרגיה Λ_H ,

הערכים של g_C ו- e הם מספרים קטנים. מעניין, לכן, לבחון את התאוריה בגבול בו

$g_C = e = 0$. במצב זה מכיל הלגרנזיאן אינטראקציות היפר-צבע בלבד, והוא אינווריאנטי

תחת הסימטריה הגלובלית $SU(6)_L \times SU(6)_R \times U(1)^{(7)(19)}$. תורה זו איזומורפית ל QCD

עם ששה פרמיונים חסרי מסה. במצב זה ניתן להניח שתי הנחות:

1. תהליך שבירת הסימטריות השונות וספקטרום התאוריה, אינם שונים באופן ניכר

כאשר ערכי g_C ו- e קטנים מאד וכאשר $g_C = e = 0$.

2. הסימטריה $SU(6)_L \times SU(6)_R \times U(1)$ נשברת ספונטאנית ל - $SU(6)_D \times U(1)$

כאשר $SU(6)_D$ היא תת החבורה האלכסונית. הנחה זו מקורה בטיעונים המבוססים על

פיתוח ב $\frac{1}{N}^{(21)}$, בחשבונות עם סריג $^{(22)}$, בתיאורים איכותיים $^{(23)}$ ובידע הקיים

(מהנסיון) לגבי QCD עם שני פרמיונים חסרי מסה (בקרוב).

אם שתי ההנחות הללו אכן נכונות, אין בספקטרום של תורה זו פרמיונים חסרי

מסה וכל החלקיקים שייכים להצגות של $SU(6)^{(7)}$, בהמשך נניח כי לפחות אחת משתי

הנחות אלו אינה נכונה. בפרק 9 יובא דיון מקיף יותר בסוגיה זו.

הערות	הזרם	שם הזרם	U(1)	סוג הזרם	מערכת זרמים שלמה
סימטריות כיוול. הזרם שמור.	$\bar{\Psi}_\mu \gamma_\mu^T$	$(J_{EM}^\mu)^T = (J_{\text{vector}}^\mu)^T$	$U(1)_{EM} = U(1)_T$	וקטורי	מערכת א
סימטריה גלובלית. הזרם שמור.	$\bar{\Psi}_\mu \gamma_\mu^V$	$(J_{\text{vector}}^\mu)^V$	$U(1)_V$	אקסיאלי	
סימטריה גלובלית. הזרם אינו שמור בגלל אנומליה של צבע והיפר-צבע.	$\bar{\Psi}_\mu \gamma_\mu^S T$	$(J_{\text{axial}}^\mu)^T$	$U(1)_{AT}$		
"	$\bar{\Psi}_\mu \gamma_\mu^S V$	$(J_{\text{axial}}^\mu)^V$	$U(1)_{AV}$		
סימטריה גלובלית. הזרם שמור.	$\frac{1}{3}(\bar{\Psi}_\mu \gamma_\mu^T + \bar{\Psi}_\mu \gamma_\mu^V)$	J_μ^R	$U(1)_R$	וקטורי	מערכת ב
"	$\frac{1}{3}(\bar{\Psi}_\mu \gamma_\mu^T - \bar{\Psi}_\mu \gamma_\mu^V)$	J_μ^{B-L}	$U(1)_{B-L}$	אקסיאלי	
סימטריה גלובלית. הזרם אינו שמור בגלל אנומליה אקטרומגנטית. ניתן להגדיר מטען שמור.	$\bar{\Psi}_\mu \gamma_\mu^T - \bar{\Psi}_\mu \gamma_\mu^S V$	Y_μ	$U(1)_Y$		
סימטריה גלובלית. הזרם אינו שמור בגלל אנומליה של צבע והיפר-צבע. תת-סימטריה Z_{12} נשארת שמורה. המטען $X(\text{mod } 12)$ שמור.	$\bar{\Psi}_\mu \gamma_\mu^S T + \bar{\Psi}_\mu \gamma_\mu^S V$	X_μ	$U(1)_X$		

טבלה 3: הסימטריות של מודל הראשוניים.

מטענים אקסיאליים				מטענים וקטוריים						החלקיק
$U(1)_X$	$U(1)_Y$	$U(1)_{AV}$	$U(1)_{AT}$	$U(1)_{B-L}$	$U(1)_R$	$U(1)_V$	$U(1)_T$	$SU(3)_C$	$SU(3)_H$	
1	1	0	1	1/3	1/3	0	1	3	3	T_L
-1	-1		-1							T_R
1	1	0	1	-1/3	-1/3	0	-1	$\bar{3}$	$\bar{3}$	\bar{T}_L
-1	-1		-1							\bar{T}_R
1	-1	1	0	-1/3	1/3	1	0	$\bar{3}$	3	V_L
-1	1	-1								V_R
1	-1	1	0	1/3	-1/3	-1	0	3	$\bar{3}$	\bar{V}_L
-1	1	-1								\bar{V}_R

טבלה 4: המספרים הקואנטיים של הראשונים. כל פרמיון או אנטי פרמיון המסומן ב L

שייך להצגה $(\frac{1}{2}, 0)$ של חבורת לורנץ.

4. הפרמיונים המורכבים במודל הראשונים

באנרגיות שמעל Λ_H , אינטראקציה ההיפר-צבע היא חופשית אסימפטוטית. באנרגיות נמוכות יותר מתחזקת אינטראקציה זו וכולאת את הראשונים וההיפר-גלואונים למצבים קשורים חסרי היפר-צבע. אין עדיין אפשרות לחשב את מסותיהם של המצבים הקשורים השונים, אולם ניתן לבדוק את מילויים של מספר תנאים הכרחיים.

קיומם של פרמיונים מורכבים חסרי מסה יתכן בהנחה שהסימטריה הכירלית אינה נשברת ספונטאנית⁽⁹⁾, או שלפחות תת חבורה כירלית שלה נשארת שמורה. פרמיונים מורכבים חסרי מסה אלו אמורים להיות מזוהים עם הקוארקים והלפטונים. בהעדר אפשרות ביצוע חשבונות דינמיים מפורטים ומדויקים, לא ניתן להוכיח כי נוצרים מצבים קשורים מסויימים, או כי מסתם של הללו מתאימה לנסיון. לעומת זאת, ניתן להראות, שקיימת אפשרות ליצור מצבים קשורים, שהם בעלי המספרים הקואנטיים של החלקיקים השונים הידועים. פרק זה ידון בפרמיונים הקשורים, והפרקים הבאים יתארו את הבוזונים המורכבים.

פרמיונים מורכבים חסרי היפר-צבע, שמטעניהם החשמליים והצגות הצבע שלהם מתאימים לאלו של הקוארקים והלפטונים, יכולים להווצר בכל אחד מהמודלים שתוארו בטבלה 2 (פרק 2). בכל אחד מהמודלים הללו קיים מספר קואנטי שמור $\frac{1}{3}(n_T - n_V)$, שמטבלה 1 (פרק 2) עולה כי ערכיו ברמת הקוארקים והלפטונים מזדהים עם ערכי $B-L$ ⁽⁵⁾. עובדה זו גרמה לזיהוי $B-L = \frac{1}{3}(n_T - n_V)$ (פרק 3). היות שערך $3(B-L)$ של הראשונים שווה לטריאליטי הצגת הצבע שלהם, ברור שתכונה זו מתקיימת גם עבור הקוארקים והלפטונים, קורלציה זו שאינה מוסברת כלל במסגרת המודל הסטנדרטי, זוכה כאן להסבר פשוט, תכונות נוספות המוסברות כאן בפשטות הן התאפסות סכום ערכי $B-L$ של הפרמיונים בדור⁽⁵⁾ וכן העובדה הטריביאלית לכאורה שעבור אטום המימן קיים $B-L=0$.

הראשונים, כחלקיקים בעלי ספין 1/2, מקיימים את סטטיסטיקת פרמי-דירק, לכן פונקציות הגל שלהם בחלקיקים המורכבים חייבות להיות אנטי-סימטריות להחלפת ראשונים זהים. השימוש בנגזרות באופרטור המורכב המתאים לחלקיק מורכב, מאפשר ציות לחוקי סטטיסטיקה זו ללא קושי. למרות זאת, השאיפה לפשטות ואינטואיציה השאובה ממודל

הקוארקים מצביעות על כך שחלקיקים בעלי נגזרות כבדים מחלקיקים חסרי נגזרות, למרות שאין אפשרות להוכיח טענה זו, נניח כאן כי היא נכונה.

פונקצית הגל של הפוזיטרון TTT הינה אנטי-סימטרית לחלוטין הן בצבע והן בהיפר-צבע. הדרישה לאנטי סימטריזציה כללית (סטטיסטיקת פרמי-דירק) מתקיימת בעזרת פונקצית הגל המרחבית ולכן $e_R^+ = (T_L T_L) T_R$; $e_L^+ = (T_R T_R) T_L$ (15). שני חלקיקי ה- T_R שב- e_L^+ מצומדים באופן אנטי-סימטרי בהיפר-צבע, בצבע ובדרגות החופש של לורנץ $[[(0, \frac{1}{2}) \times (0, \frac{1}{2})]_A = (0, 0)$. זוג כזה של ראשונים יכולה "דו-ראשון" וזוגות דומים לו יופיעו גם בהמשך (19).

בניגוד למודל הקוארקים, נחקרות כאן ההצגות של חבורת לורנץ ולא ההצגות של חבורת הסיבובים. זאת מאחר שגם הראשונים וגם הפרמיונים המורכבים הינם חסרי מסה, במקרה יחסותי כמו זה מושגים שאינם יחסותיים כמו תנע זוויתי מסלולי או ספין במנוחה, אינם מוגדרים היטב.

פונקצית הגל של הנאוטרינו דומה לזו של הפוזיטרון: $v_L = (V_R V_R) V_L$; $v_R = (V_L V_L) V_R$ יש להבחין כי גם בנאוטרינו קיימים הזוגות "דו-ראשון", וכן כי לכל הלפטונים קיים $Y = \pm 1$. ביתר המודלים שצינו בטבלה 2 (פרק 2), לא ניתן ליצור גם את הפוזיטרון וגם את הנאוטרינו ללא שימוש בנגזרות ותוך ציות לכללי סטטיסטיקת פרמי-דירק.

חקירת פונקצית הגל של הקוארק מלמדת על קיום מספר אפשרויות למצב TTV, שהוא סינגלט של היפר-צבע, טריפלט של צבע, בעל ספין 1/2 ובעל כירליות מוגדרת. בטבלה 5 מוצגות כל האפשרויות לפונקצית הגל של u_L , יחד עם ערכי Y ו- $X \pmod{12}$ שלהם (19). משיקולים המבוססים על סימטרית פונקצית הגל של הלפטונים, ניתן היה לשלול את קיומו של לפטון בעל $J=3/2$. לא כן המצב לגבי הקוארקים, ועבורם יש להעזר בטיעונים כלליים השוללים פרמיונים חסרי מסה בעלי ספין 3/2 (9) (14).

Xmod12	Y	תכונות המערכת TT		פונקציית הגל
		הצגת לורנץ	הצגת הצבע	
-1	-3	(0,0)	$\bar{3}$	$T_R T_R V_L$
3	1	(0,0)	$\bar{3}$	$T_L T_L V_L$
3	1	(1,0)	6	$T_L T_L V_L$
-1	1	$(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$	6 או $\bar{3}$	$T_L T_R V_R$

טבלה 5: פונקציות הגל האפשריות ל u_L ניתן לבנות טבלאות דומות ל $\bar{d}_R, d_R, \bar{d}_L, d_L, \bar{u}_R, u_R, \bar{u}_L$.

כדי להמנע מאנומליה אלקטרו-חלשה (פרק 5), קיים הצורך שכנגד כל לפטון יהיה

קוארק יחיד. השאיפה לקיום "דו-ראשון" בקוארק ולדמיון בין ערכי Y של הקוארקים

והלפטונים ($Y=\pm 1$), מובילה למסקנה, שפונקציית הגל של הקוארק היא זו המוצגת בשורה

השניה של טבלה 5: $u_R = (T_R T_R) V_R$; $u_L = (T_L T_L) V_L$ (19). פונקציית הגל הזו של הקוארק

מאפשרת בחירה נוחה לפונקציית הגל של בוזוני W (פרק 5), ומונעת קשיים הקשורים להתפרקות

הפרוטון (פרק 8).

הלגרנז'יאן האפקטיבי לאנרגיות נמוכות מכיל את האיברים הקינטיים של הפרמיונים

המורכבים, הגלואונים והפוטון ואת האינטראקציות של QCD ו QED. מהתבוננות בשני

פרמיונים מורכבים בעלי ערכי B-L זהים, כמו למשל $e^+ = TTT$ ו $\bar{\nu} = \bar{V}\bar{V}\bar{V}$ (טבלה 6), עולה

כי פרט למטעניהם החשמליים זהים כל המספרים הקואנטיים שלהם, מכאן שכל האיברים

בלגרנז'יאן האפקטיבי שהוזכרו (למעט הצימוד לפוטון) הינם אינווריאנטיים תחת הסימטריה

הגלובלית $SU(2)$, והפרמיונים המורכבים מופיעים בדובלטים שלה, אם הפרמיונים המורכבים

הם אכן חסרי מסה, הרי שהסימטריה הגלובלית היא $SU(2)_L \times SU(2)_R$ (15) (19), למעשה

קיימות כאן מספר סימטריות $SU(2)_L \times SU(2)_R$ וכאן תידון האלכסובית שביניהן בלבד,

$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	R B-L	הצגת הצבע
$\bar{\nu} = \bar{V}\bar{V}\bar{V}$	$e^+ = TTT$	1	1
$d = \bar{V}\bar{V}\bar{T}$	$u = TTV$	1/3	3
$\bar{u} = \bar{V}\bar{T}\bar{T}$	$\bar{d} = TVV$	-1/3	$\bar{3}$
$e^- = \bar{T}\bar{T}\bar{T}$	$\nu = VVV$	-1	1

טבלה 6: מיון הפרמיונים המורכבים לפי ערכי R ו- B-L. בכל שורה מופיע דובלט של SU(2)

$$I_3 = \frac{1}{2}R$$

בלגרנזיאן היסודי קיימים אותם ערכי B-L וצבע ל-T ול- \bar{V} , אך הבדל ההיפר-צבע שביניהם מנע קיום סימטרית SU(2) בלגרנזיאן זה. מאחר שברמת החלקיקים המורכבים קיימים חלקיקים חסרי היפר-צבע בלבד, כלומר אין הבדל בין הצגת ההיפר-צבע של TTT ושל $\bar{V}\bar{V}\bar{V}$, הופיעה סימטרית SU(2) גלובלית חדשה. הסיבה שזו סימטרית SU(2) ולא סימטרית SU(N) אחרת, היא קיומן של שתי דרכים שונות ליצירת סינגלט של היפר-צבע משלושה חלקיקים - משלושה טריפלטים או משלושה אנטי-טריפלטים.

המספר הקואנטי המבדיל בין החלקיקים בדובלט הוא R וקל לראות כי $\frac{1}{2}R = I_{3L} + I_{3R}$. בתוך החבורה $SU(2)_L \times SU(2)_R$ קיים גם יוצר נאוטרלי אקסיאלי $I_{3L} - I_{3R}$. מטען זה מזוהה כמטען האקסיאלי Y, שהוגדר בתורה היסודית (פרק 3), כאשר נתונה פונקציה הגל של פרמיון, ניתן לחשב את ערך Y שלו. ערכי Y של הלפטונים הם:

$$Y(e_R^-) = Y(e_R^+) = -Y(e_L^-) = -Y(e_L^+) = -Y(\nu_R) = -Y(\bar{\nu}_R) = Y(\nu_L) = Y(\bar{\nu}_L) = 1$$

$$\frac{1}{2}Y = I_{3L} - I_{3R} \quad \text{נזהה}$$

זיהוי זה מאפשר את מיון הלפטונים להצגות של $SU(2)_L \times SU(2)_R$: $(\nu, e^-)_L$ ו $(e^+, \bar{\nu})_R$ בהצגה $(\frac{1}{2}, 0)$, ו $(\nu, e^-)_R$ ו $(e^+, \bar{\nu})_L$ בהצגה $(0, \frac{1}{2})$.

ערכי Y של הקוארקים תלויים בבחירת פונקצית הגל שלהם (טבלה 5). הזיהוי

$$\frac{1}{2}Y = I_{3L} - I_{3R}$$

שולל את האפשרות ש- $Y = \pm 3$ (האפשרות הראשונה בטבלה 5). בשאר האפשרויות

שבטבלה 5 נקבל כי $(u, d)_L$ ו- $(\bar{d}, \bar{u})_R$ בהצגה $(\frac{1}{2}, 0)$ ואילו $(\bar{d}, \bar{u})_L$ ו- $(u, d)_R$ בהצגה $(0, \frac{1}{2})$.

הסימטריה הרציפה של התורה האפקטיבית שונה מזו של הלגרנזיאן היסודי, שהוא

$$SU(3)_H \times SU(3)_C \times U(1)_R \times U(1)_{B-L} \times U(1)_Y$$

בתורה האפקטיבית כל החלקיקים

הם סינגלטים של היפר-צבע וסימטריה זו הופכת לטריביאלית. בתורה זו מופיעה הסימטריה

$$SU(2)_L \times SU(2)_R$$

החדשה, המכילה את $U(1)_R \times U(1)_Y$ בחלק הנאוטרלי שלה. מכאן שהסימטריה

הרציפה של הלגרנזיאן האפקטיבי היא $SU(3)_C \times SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$ (15) (19). זוהי

אינה חבורת הסימטריה של המודל הסטנדרטי אלא של מודל אינווריאנטי תחת זוגיות, המהווה

הכללה שלו (24). הפרמיונים שייכים להצגות הנכונות של $SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$ - כל

הקוארקים והלפטונים השמאליים מצויים בהצגה $(\frac{1}{2}, 0)$, וכל הימניים בהצגה $(0, \frac{1}{2})$ (24).

המספרים הקואנטיים של הקוארקים והלפטונים מרוכזים בטבלה 7.

Q = $I_{3L} + I_{3R} + \frac{B-L}{2}$ = $\frac{1}{2}(R+B-L)$	$I_{3R} = \frac{1}{4}(R-Y)$	$I_{3L} = \frac{1}{4}(R+Y)$	$\frac{1}{2}Y$	$\frac{1}{2}R$	הצגת	החלקיק
					$SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$	
1	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$(0, \frac{1}{2})_1$	e_L^+
0	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$		$\bar{\nu}_L$
$\frac{2}{3}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$(\frac{1}{2}, 0)_{1/3}$	u_L
$-\frac{1}{3}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$		d_L
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$(0, \frac{1}{2})_{-1/3}$	\bar{d}_L
$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$		\bar{u}_L
0	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$(\frac{1}{2}, 0)_{-1}$	ν_L
-1	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$		e_L^-

טבלה 7: המספרים הקואנטיים של הקוארקים והלפטונים.

קבלתם של הצגות הצבע הנכונות והמטענים החשמליים המתאימים של הקוארקים והלפטונים אינה מפתיעה, שכן בחרנו את הצגות הצבע והמטענים החשמליים של הראשונים כך שתכונה זו תתקיים. לעומת זאת, קבלת ערכי B-L "מתאימים" $(B-L = \frac{1}{3}(n_T - n_V))$ אינה מיידית. תכונה זו קיימת בכל המודלים שבטבלה 2 (פרק 2). בנוסף לכך, במודלים 3 (מודל הראשונים) ו-4 שבטבלה 2 (פרק 2) מתרחש "נס" : בשני מודלים אלו קיימת הסימטריה האקטיאלית $U(1)_Y$, וניתן לזהותה עם $I_{3L} - I_{3R}$, כך שהקוארקים והלפטונים במצאים בהצגות הדרגות של $SU(2)_L \times SU(2)_R$.

5. וקטורי פיול מורכבים

א. דיון כללי

בדינונו עד כה במודל הראשונים לא עסקנו באינטראקציות החלשנות, במודל זה החלקיקים W ו Z הם חלקיקים מורכבים, עובדה זו מעוררת את השאלה הכללית בדבר קיומם של חלקיקי כיוול מורכבים. יש להבחין כאן בשני מצבים שונים: האחד - קיום חלקיקי כיוול מורכבים הקשורים לסימטריות כיוול מדויקות בלגרנדז'יאן⁽²⁵⁾, השני - שידון בהמשך פרק זה - קיום תורה יסודית שאינה אינווריאנטית תחת סימטרית כיוול מסוימת, אך בתורה האפקטיבית שלה מופיעה סימטרית כיוול מקורבת, המלווה בחלקיקי כיוול מתאימים⁽²⁶⁾.

קיומם של חלקיקים וקטוריים טעונים חסרי מסה, שאינם קשורים לסימטרית כיוול מדויקת, אסור עפ"י משפט ווינברג - ויטן⁽¹⁴⁾; אולם W ו- Z כחלקיקים וקטוריים בעלי מסה, יכולים להיות מורכבים מבלי לסתור משפט זה (ראה פרק 2). בכל מודל בו פרמיונים היסודיים מטענים חשמליים של $\frac{1}{3}$ ו-0 בלבד, חייב החלקיק הוקטורי W להיות מורכב, שכן הופעתו בלגרנדז'יאן היסודי אפשרית רק אם קיימים פרמיונים בעלי מטענים חשמליים נוספים (כמו $4/3$ או $-2/3$).

אם האינטראקציה החלשה מתבצעת ע"י החלפת חלקיקים וקטוריים מורכבים, היא איננה אינטראקציה יסודית אלא אינטראקציה שיורית. ניתן להבין את מהותם של כוחות שיוריים ע"י בחינת הכוחות בין שני לפטונים מורכבים, מאחר שכל אחד מהם חסר היפר-צבע, הרי כשהמרחק ביניהם גדול, מתאפסת אינטראקצית ההיפר-צבע ביניהם, כשקטן המרחק ביניהם, מופיעים כוחות מסובכים, שמקורם בהשפעת מרכיביו של הלפטון האחד על מרכיבי הלפטון השני, אנו מזהים את המרכיב ארוך הטווח של כוח שיורי זה עם האינטראקציה החלשה⁽¹⁵⁾ ⁽²⁷⁾. כוחות שיוריים אחרים הם כוחות ואן-דר-ואלס שהם הכוחות השיוריים של האינטראקציה האלקטרומגנטית והכוח הגרעיני החזק שהוא אינטראקצית הצבע השיורית.

כל הכוחות היסודיים בטבע מתאימים, במקרה זה, לאינטראקציות כיוול מדויקות ובלתי שבורות ספונטאנית: היפר-צבע, צבע ואלקטרומגנטיות, לכל אחת מאינטראקציות אלו קיים הכוח השיורי המתאים; האינטראקציה החלשה, האינטראקציה החזקה ו האינטראקציה ואן-דר-ואלס.

קיומו של חלקיק וקטורי מורכב כחלקיק כיוול מחייב שצימודיו בלגרנז'יאן האפקטיבי "יצייתו" לחוקי סימטריית הכיוול. כאן יש להבחין בין שני מקרים: כאשר ערכי מסותיהם של חלקיקי הכיוול המורכבים הם מסדר הגודל של Λ_H וכאשר הם קטנים מאד מ- Λ_H .

$$m_W \lesssim \Lambda_H \cdot 1$$

כשמסותיהם של W ו-Z קרובות ל- Λ_H , הם דומים לחלקיקים הוקטוריים ρ , ω , ϕ ו- A_1 . המתווכים באינטראקציה החזקה (מסותיהם מסדר גודל Λ_C - סקאלת כוחות הצבע) (28). קיים המשפט הבא: הלגרנז'יאן האפקטיבי של האופרטורים המתאימים לזרמים של סימטריה גלובלית, אינווריאנטי תחת סימטריית כיוול, פרט ל"אברי משה" לאופרטורים אלו (29). אם אופרטור הזרם מהווה קרוב טוב לשדהו של החלקיק הוקטורי המורכב, צמודו של האחרון, פרט לאברי המסה שלו, יכבדו את סימטריית הכיוול, תופעה הידועה כ"שליטת הוקטור" (vector dominance). במקרה כזה ימצא חלקיק וקטורי מורכב לכל יוצר של הסימטריה הגלובלית.

בחורה האינווריאנטית תחת זוגיות, שחבורת הסימטריה שלה היא $SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$, יהיו, אם כן, שבעה חלקיקים וקטוריים בעלי מסה, המתאימים לשבעת יוצרי סימטריה זו. למרות שצרוף לינארי מוגדר של שבעת הוקטורים המורכבים הללו הוא בעלת המספרים הקואנטיים של הפוטון, לא משתייך הפוטון עצמו למולטיפלט שלם של $SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$, ועצם קיומו אף שובר מעט את הסימטריה הזו. מצב זה אנלוגי למתרחש באינטראקציות החזקות; גם שם לא משתייך הפוטון למולטיפלט שלם של חבורת האיזוספין וגורם לשבירה מפורשת של סימטריה גלובלית זו.

$$m_W \ll \Lambda_H, 2$$

כשמסותיהם של W ו Z נמוכות מאד יחסית ל- Λ_H , יש להתמקד בחקירת הלגרנזיאן האפקטיבי של החלקיקים הקלים בגבול $\Lambda_H \rightarrow \infty$. בלגרנזיאן זה, לאיברים בעלי מימד n קיים מקדם מסדר הגודל של Λ_H^{4-n} . איברים בעלי מימד הגדול מארבע תורמים, לכן, רק מעט לתופעות הקיימות באנרגיות הנמוכות ביחס ל- Λ_H . בגבול $\Lambda_H \rightarrow \infty$ נעלמים איברים אלו לחלוטין, והלגרנזיאן האפקטיבי של החלקיקים הקלים הופך ללגרנזיאן רנורמליזבילי ("משפט" ולטמן) (12).

אם אכן קיימים חלקיקים W ו- Z שמסותיהם נמוכות מאד ביחס ל Λ_H , הרי שבגבול $\Lambda_H \rightarrow \infty$ יהפוך הלגרנזיאן האפקטיבי לרנורמליזבילי ויהיה אינווריאנטי תחת סימטרית הכיול $SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$. צימודיהם של W ו- Z יהיו זהים בגבול זה לצימודים של תורת כיול. קיימים כאן שבעה חלקיקים וקטוריים - אחד לכל יוצר של $SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$. ששה מהם מורכבים והם מקבלים את מסותיהם בעזרת מנגנון היגס אפקטיבי (פרק 6) (30). החלקיק השביעי - הפוטון - הוא חלקיק יסודי ונשאר חסר מסה.

מצב כזה מחייב תופעות נוספות, שסבירותן נמוכה מאד, כמו למשל קשר בין α ומקדם הצימוד האפקטיבי החלש (שהוא פונקציה מסובכת של גדלים אחרים בתורה היסודית). בניגוד למצב בו $m_W \lesssim \Lambda_H$, הדרישה למסות נמוכות מאד ל- W ול- Z מחייבת קיומו של עקרון סימטריה, שימנע יצירת מסות גדולות לוקטורים המורכבים. סימטרית הכיול אינה מסוגלת לשמש למטרה זו, כי אנו מעוניינים לקבלה כמסקנה, לכן האפשרות לקבלת חלקיקי כיול מורכבים בעלי מסות הנמוכות מאד מ- Λ_H קשה מאד, אם לא בלתי ניתנת לבצוע.

ב. חלקיקי כיול מורכבים במודל הראשונים

הקביעה באיזה מצב מהמתוארים לעיל אנו עוסקים, תלויה כמובן בערך של Λ_H . במודל הראשונים מסות W ו- Z קטנות מאד ביחס ל- Λ_H (גבולות משמעותיים לערך Λ_H יפורטו בפרקים 8, 9). הסימטריה הגלובלית $SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$ הנוצרת בתורה האפקטיבית (פרק 4) היא זו הדרושה כסימטרית כיול לוקלית (24). סימטרית כיול זו היא, לכל היותר, סימטריה מקורבת, שכן איברים בעלי מקדמים מסדר גודל של Λ_H^{-n} ($n \geq 1$) בלגרנזיאן

האפקטיבי ישברו אותה באופן מפורש, אין ביכולתנו להוכיח את קינמם של וקטורי כיול מורכבים במודל הראשוניים, אך ניתן לבחון את האפשרות להרכבתם מאבני הבניין היסודיות של מודל זה - מהראשוניים.

המספרים הקואנטיים של W_L^+ זהים לאלו של היוצר I_L^+ שבסימטריה

$$(5) (15) \quad TTTVVV \text{ של } SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$$

(ראה טבלה 6 בפרק 4). החלקיק W_L^+ הינו סינגלט של צבע והיפר-צבע המורכב משה ראשוניים,

ליתר דיוק, ל W_L^+ המספרים הקואנטיים של $\nu_L e_R^+$ והוא מורכב מ $(T_L T_L) T_R (V_R V_R) V_L$ (19),

כאשר הסוגריים מציינים "דו ראשון", (פרק 4). באופן דומה ניתן לקבל

$$\begin{aligned} W_L^+ &= (T_L T_L) T_R (V_R V_R) V_L & W_R^+ &= (T_R T_R) T_L (V_L V_L) V_R \\ W_L^- &= (\bar{T}_L \bar{T}_L) \bar{T}_R (\bar{V}_L \bar{V}_L) \bar{V}_R & W_R^- &= (\bar{T}_R \bar{T}_R) \bar{T}_L (\bar{V}_R \bar{V}_R) \bar{V}_L \end{aligned}$$

בנוסף לארבעת הוקטורים הטעונים הללו, דרושים גם שני וקטורים מורכבים נאוטראליים.

הם מתאימים לשני היוצרים הנאוטראליים שב $SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$ האורתוגונליים

לפוטון, כלומר ל $U(1)_\gamma \times U(1)_\gamma$. וקטורים מורכבים אלו מתוארים ע"י צרופים לינאריים

של מצבים בעלי שני ראשוניים ($\bar{T}T$ או $\bar{V}V$), ארבעה ראשוניים או ששה ראשוניים.

יש להדגיש שנית כי אין אנו מסוגלים להוכיח:

1. כי נוצרים מצבים וקטוריים קשורים אלו.

2. שמסתם קטנה מאד ביחס ל Λ_H .

3. שהם בעלי הצימודים האופיניים לחלקיק כיול.

אי יכולתנו זו אינה מהווה, כמובן, הוכחה שמצב זה הוא בלתי אפשרי. קבלת וקטורי כיול

מורכבים קלים מהווה את אחד הקשיים החמורים ביותר במודל הראשוניים. עם זאת, יש להדגיש

כי חקירת אפשרות כזו אינה קשורה למודל הראשוניים בלבד וחשיבותה כללית יותר.

אם אמנם הופכת התורה האפקטיבית לרנורמליזבילית בגבול $\Lambda_H \rightarrow \infty$, יש לוודא כי אין

אנומליות לזרמים הקשורים לסימטריה הכיול, דרישה זו מקבילה לדרישה לקיום זוג אחד של

קוארקים (למשל u, d) לכל זוג לפטונים (למשל ν, e). עובדה זו שוללת את האפשרות לקיומם של מספר קוארקים בעלי פונקציות גל שונות (ראה טבלה 5 בפרק 4). הדרישה שאותו אופרטור I^+ יבצע את הטרנספורמציות $\bar{d} \leftarrow \bar{u}, u \leftarrow d, e^+ \leftarrow \bar{\nu}$, קובעת גם את פונקציית הגל המועדפת מבין אלו המפורטות בטבלה 5. מחקירת $\nu_L e_R^+$ התקבל כי

$$\bar{d}_R = (V_R V_R)^T T_R^{-1} u_L = (T_L T_L) V_L \quad \text{כאשר} \quad u_L \bar{d}_R \quad \text{קומבינציה זו מתארת גם את} \quad w_L^+ = (T_L T_L)^T T_R (V_R V_R) V_L$$

(19) פונקציית גל זו, שתוארה בשורה השניה של טבלה 5 מכילה "דו-ראשון" והיא בעלת ערך Y הרצוי ($Y = \pm 1$).

במודל הסטנדרטי לא קיים קשר בין g ו g' - שני מקדמי הצימוד של תורת הכיול $SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$; לחילופין, ניתן להגדיר את $\sin^2 \theta_W = \frac{g'^2}{g^2 + 2g'^2}$ כפרמטר חפשי, במודל הראשוני, לעומת זאת ניתן להעריך (5) (19) פרמטר זה באופן הבא; הלגרנזיאן היסודי של מודל הראשוני אינו ריאנטי תחת $U(1)_R \times U(1)_{B-L}$ - סימטריה המופיעה כחת-חבורה של $SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$ ($\frac{1}{2}R = I_{3L} + I_{3R}$). מקדם הצימוד של $U(1)_R$ הוא $g/\sqrt{2}$ ומקדם הצימוד של $U(1)_{B-L}$ הוא g' . הסימטריה הגלובלית $U(1)_R \times U(1)_{B-L}$ אקויוולנטית לסימטריה הגלובלית $U(1)_T \times U(1)_V$ (פרק 3). אם אמנם הופכת $U(1)_R \times U(1)_{B-L}$ לסימטריה לוקלית מקורבת של הלגרנזיאן האפקטיבי לאנרגיות נמוכות, היא זהה לסימטריה הלוקלית $U(1)_T \times U(1)_V$ רק כאשר כל ארבעת גורמי $U(1)$ אלו הם בעלי אותו מקדם צימוד (19). מכאן ש $g/\sqrt{2} = g'$ ואז $\sin^2 \theta_W = \frac{g'^2}{g^2 + 2g'^2} = \frac{1}{4}$. קשר זה קיים באותם תחומי אנרגיה בהם תקפה הסימטריה $SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$. תיקונים שונים ל $\sin^2 \theta_W$, הנובעים ממלותו באנרגיה או מאיברים בעלי מקדמים בסדר גודל של Λ_H^{-n} בלגרנזיאן האפקטיבי, יגרמו לסטיה מהערך $1/4$, ויהפכו תוצאה זו למקורבת בלבד.

לסיכום- האינטראקציות החלשות מזוהות ככוחות השיוריים של ההיפר-צבע. הוקטורים הנושאים אינטראקציות אלו הם חלקיקים מורכבים, המופיעים בלגרנזיאן האפקטיבי. ניתן להרכיב מהראשוני חלקיקים וקטוריים בעלי המספרים הקואנטיים הדרושים ל- W ול- Z , אך אין ביכולתנו להוכיח כי חלקיקים כאלו, בעלי מסות הנמוכות מאד ביחס ל- Λ_H ובעלי הצימודים הנכונים, אכן נוצרים.

6. חלקיקי היגס מורכבים

א. דיון כללי

הקושי המתעורר מקיום חלקיקים יסודיים בעלי ספין אפס⁽⁶⁾, הוזכר בפרק הראשון. בתאוריות של טכני-צבע (Technicolor)⁽²⁾ מהווים חלקיקי ההיגס של המודל הסטנדרטי מצבים קשורים של פרמיונים - טכני-קוארקים, שהכח הקושר אותם הוא אינטראקציה הטכני-צבע. אפשרות נוספת ליצירת חלקיקי היגס מורכבים⁽³⁰⁾, שתוצג להלן, קיימת כאשר הקוארקים והלפטונים עצמם הינם בעלי מבנה פנימי.

בין הקוארקים והלפטונים המורכבים, קיימים כוחות שיוריים של היפר-צבע (פרק 5), שה"זנב" ארוך הטוח שלהם זוהה עם האינטראקציה החלשה. ניתן להניח כי כוחות שיוריים אלו הם חזקים דיים, כדי ליצור ספקטרום של מצבים קשורים של שני לפטונים, של לפטון ואנטי קוארק וכו'.

אם סימטריה כירלית כלשהי נשארת בלתי שבורה, הרי שהקוארקים והלפטונים יהיו חסרי מסה לחלוטין. מצב קשור של שני חלקיקים חסרי מסה יצור טכיון, או ליתר דיוק - יגרום לאי יציבות של הואקום, לקונדנסציה ולשבירת הסימטריה. דוגמה מפורשת למצב כזה מצויה במודל של נמבו ויונה-לסיניו⁽³¹⁾.

נתעניין בשבירת סימטריה הכיול $SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$ ⁽²⁴⁾, בעת שבירתה

יש לוודא שהסימטריה $U(1)_{em}$ תשאר בלתי שבורה ומכאן שרק חלקיקים נאוטראליים חשמלית יוכלו לבצע קונדנסציה. לכן נתמקד בהצגות של $SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$ המכילות מרכיבים נאוטראליים והניתנות לתיאור כמצבים קשורים סקלריים של זוג פרמיונים או של פרמיון ואנטי-פרמיון. הצגות אלו⁽³⁰⁾, המצייתות לכללי הסטטיסטיקה של פרמי, מתוארות

בטבלה 8.

הצגת	הסקלר
$SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$	
$(1,0)_{-2}$	$\Delta_L^* = \ell_L \ell_L$
$(1,0)_2$	$\Delta_L = \ell_R \ell_R$
$(0,1)_{-2}$	$\Delta_R^* = \ell_R \ell_R$
$(0,1)_2$	$\Delta_R = \bar{\ell}_L \bar{\ell}_L$
$(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})_0$	$\phi_1 = \ell_L \bar{\ell}_L$
$(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})_0$	$\phi_1^* = \ell_R \bar{\ell}_R$
$(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})_0$	$\phi_2 = q_L \bar{q}_L$
$(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})_0$	$\phi_2^* = q_R \bar{q}_R$

טבלה 8: רשימת הצגות $SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$ המכילות מרכיב נאוטראלי והניתנות לתיאור כמצב קשור סקלארי של זוג פרמיונים או של זוג פרמיון-אנטי-פרמיון. לפטונים מסומנים ב ℓ וקווארקים ב q . $\ell_L, \ell_R, \bar{\ell}_L, \bar{\ell}_R, q_L, q_R, \bar{q}_L, \bar{q}_R$ שייכים להצגה $(\frac{1}{2}, 0)$ של חבורת לורנץ.

מטענייהם החשמליים של סקלרים אלו הם:

$$\Delta_{L,R} = \begin{pmatrix} \delta_{L,R}^{++} \\ \delta_{L,R}^+ \\ \delta_{L,R}^0 \end{pmatrix} \quad \Delta_{L,R}^* = \begin{pmatrix} \delta_{L,R}^0 \\ \delta_{L,R}^- \\ \delta_{L,R}^{--} \end{pmatrix} \quad \phi_i = \begin{pmatrix} \phi_i^0 & \phi_i^+ \\ \phi_i'^- & \phi_i'^0 \end{pmatrix}$$

ערכי התצפית בואקום הכלליים ביותר של מצבים קשורים אלו הם:

$$\Delta_L = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ U_L \end{pmatrix} \quad \Delta_R = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ U_R \end{pmatrix} \quad \langle \phi_i \rangle = \begin{pmatrix} a_i & 0 \\ 0 & b_i \end{pmatrix}$$

כדי שרשימת סקלרים זו תוכל לשמש כמערכת ריאליסטית של חלקיקי היגס, היא חייבת

לקיים את התכונות הבאות:

1. שבירת $SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$ לחבורת ווינברג סלם $SU(2)_L \times U(1)$.
2. שבירת $SU(2)_L \times U(1)$ ל $U(1)_{em}$ באנרגיות נמוכות יותר.
3. קיום נוסחת המסה של ווינברג $1 = \frac{M^2(W_C)}{M^2(Z) \cos^2 \theta_W}$.
4. מתן מסות לפרמיונים.

מפתיעה העובדה שההצגות שבטבלה 8 מאפשרות את ביצוען של כל ארבע דרישות אלו.

הצגות אלו הוצעו, ללא קשר לתורות של מבנה פנימי, ע"י מוהפטרה וסניבוביץ' (32), במערכת המינימלית המסוגלת לבצע דרישות אלו ולתת מסת מיורבה גדולה לנאוטרינו הימני,

האיברים בלגרנד'יאן האפקטיבי, האחראיים למסות וקטורי הכיול הם:

$$L' = \frac{1}{4} g^2 (W_{1L} W_{1R}) \begin{pmatrix} 2U_L^2 + F^2 & -D^2 \\ -D^2 & 2U_R^2 + F^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_{1L} \\ W_{1R} \end{pmatrix} + (1 \leftrightarrow 2) +$$

$$+ \frac{1}{4} (W_{3L} W_{3R} B) \begin{pmatrix} g^2 (4U_L^2 + F^2) & -g^2 F^2 & -4U_L^2 g g' \\ -g^2 F^2 & g^2 (4U_R^2 + F^2) & -4U_R^2 g g' \\ -4U_L^2 g g' & -4U_R^2 g g' & 4g'^2 (U_L^2 + U_R^2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_{3L} \\ W_{3R} \\ B \end{pmatrix}$$

כאשר W_{iL} , W_{iR} ו- B הם חלקיקי הכיול של $SU(2)_L$, $SU(2)_R$ ו- $U(1)_{B-L}$ בהתאמה;

g ו- g' הם מקדמי הצימוד של $SU(2)$ ו- $U(1)_{B-L}$ בהתאמה. $F = \sum_i (a_i^2 + b_i^2)$ $D = 2 \sum_i a_i b_i$

צרוף לינארי אחד של וקטורי הכיול הנאוטראליים נשאר חסר מסה.

צרוף זה מתאים לפוטון:

$$A_\mu = \sin \theta_W (W_{3L} + W_{3R}) + \sqrt{\cos 2\theta_W} B$$

כאשר

$$\sin^2 \theta_W = \frac{g'^2}{g^2 + 2g'^2}$$

מסות חלקיקי הכיול המסיביים ניתנות לביטוי באמצעות g, g', U_L, U_R, D, F . כעיקרון, במודלים למבנה פנימי ניתנים קבועים אלו לחישוב מתוך הקבועים היסודיים של התאוריה. בהעדר היכולת לבצע חישוב זה, נניח כי $U_L^2 \ll F^2 \ll U_R^2$, ונלכסן את מטריצות המסה של וקטורי הכיול עד סדר ראשון ב- $U_L^2/F^2, F^2/U_R^2, D^2/U_R^2$. נקבל

$$M^2(W_L^+) = \frac{1}{2}g^2F^2 \left(k + \frac{2U_L^2}{F^2} - \frac{1}{2} \frac{D^4}{F^2U_R^2} + \dots \right)$$

$$M^2(Z) = \frac{1}{2}g^2F^2 \frac{1}{\cos^2\theta_W} \left(1 + \frac{4U_L^2}{F^2} - \frac{1}{4} \frac{\cos^2 2\theta}{\cos^4\theta} \frac{F^2}{U_R^2} + \dots \right)$$

$$M^2(W_R^+) = g^2U_R^2 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{F^2}{U_R^2} + \dots \right)$$

$$M^2(Z') = g^2U_R^2 \frac{2\cos^2\theta_W}{\cos 2\theta_W} \left(1 + \frac{1}{4} \frac{\cos^2 2\theta_W}{\cos^4\theta_W} \frac{F^2}{U_R^2} + \dots \right)$$

באנרגיות הגבוהות מ- U_R , נשאר הסימטריה $SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$ שמורה. באנרגיות הנמוכות מ- U_R (הזנחת F, D, U_L) הופכים W_R^+ ו- Z' למסיביים, וחבורת הסימטריה נשברת לחבורת ווינברג - סלם $SU(2)_L \times U(1)$. באנרגיות נמוכות יותר מקבלים החלקיקים Z ו- W_L^+ מסה מסדר גודל gF ואילו הפוטון נשאר חסר מסה. נוסחת המסה של ווינברג נשמרת בקרוב מאחר שהסקלארים ϕ_i (שערך התצפית שלהם בואקום מבצע את השבירה) הם דובלטים של $SU(2)_L$. כך מתקיימות במלואן שלוש הדרישות הראשונות שהוצגו לעיל.

ערכי התצפית בואקום של הסקלרים ϕ_i תורמים למסות הפרמיונים (הם מצויים בהצגות המתאימות), אך סביר להניח כי מסת פרמיון מסוים נובעת ברובה מקונדנסצית הסקלר ϕ_i המורכב מפרמיון זה. מסות החלקיקים W_L^\pm ו- Z , לעומת זאת, נקבעות ע"י $F = \sum_i (a_i^2 + b_i^2)$, ולכן ערכיהן גבוהים יותר.

הנאוטרינו הימני מקבל מסת מיורנה, שמקורה במטריצת המסה:

$$\begin{pmatrix} U_L & f \\ f & U_R \end{pmatrix}$$

כאשר f הוא מסדר הגודל של מסת הלפטון הטעון המתאים לנאוטרינו. לכן $M(\nu_R) \sim M(W_R)$; $M(\nu_L) \sim \frac{m_e^2}{M(W_R)}$; הנאוטרינו הימני מקבל מסת מיורנה גבוהה ואילו בן זוגו השמאלי - קל מאד.

לא ניתן לקבל גבולות ניסיוניים לערכו של $M(W_R)$ מהתפרקות β של הנאוטרון או של μ שכן בתהליכים אלו יכול להפלט רק ν_L (לא ν_R). מנסיונות בזרמים נאוטראליים מתקבל $M(Z') \gtrsim 300 \text{ GeV}$ (33) ומהפרש המסה שבין K_L ל- K_S מתקבל $M(W_R) \gtrsim 1600 \text{ GeV}$ (34).

יחס המסות של W_R^\pm ו Z' הינו

$$\frac{M(W_R^\pm)}{M(Z')} \approx \frac{\sqrt{\cos 2\theta_W}}{\sqrt{2} \cos \theta_W} \sim 0.6$$

יחס זה מעניין מבחינה פנומנולוגית, שכן מדידתו תהווה אינדיקציה לסכימת ההיגסים האחראית לשבירת $SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$.

יש לציין את תפקידו החשוב של $\langle \Delta_R \rangle$. ערך תצפית זה אחראי למסות W_R^\pm ו Z' , לשבירת הזוגיות, לשבירת B-L, למסת המיורנה הגדולה של ν_R ולכן גם למסתו הנמוכה של ν_L .

לסיכום: הוצג "מרשם" כללי ליצירת חלקיקי היגס כמצבים קשורים של קווארקים ולפטונים בעזרת כוחות היפר-צבע שיוריים. החלקיקים הנוצרים בדרך זו מקיימים את כל התכונות הנדרשות מחלקיקי היגס. "מרשם" זה אינו קשור למודל הראשונים, וניתן להשתמש בו גם במודלים אחרים.

ב. חלקיקי היגס במודל הראשונים

חלקיקי ההיגס שבמודל הראשונים נבנים על פי ה"מרשם", שפורט לעיל, כמצבים קשורים של הפרמיונים המורכבים.

התורה היסודית של מודל הראשונים אינווריאנטית תחת זוגיות. סימטריה זו אינה יכולה להשבר ספונטאנית ברמת הראשונים מבלי לשבור את סימטריית הכיול. ערבובם של V ו \bar{V} היה גורם בהכרח לשבירת הסימטריה $SU(3)_H \times SU(3)_C$ (30). שונה המצב ברמת הפרמיונים המורכבים.

ערבוב v ו \bar{v} , שהם חסרי מטען, צבע והיפר-צבע, אינו גורם לשבירת סימטריות הכיול היסודיות. ערבוב זה מתבצע באמצעות הקונדנסציה של $v_R v_R$ (30) $\langle v_R v_R \rangle \neq 0$ ומתבטא בין השאר, במסת מיורנה של הנאוטרינו. קונדנסציה זו, שתוארה לעיל כ- $\langle \delta_R^0 \rangle \neq 0$, ניתנת לתאור גם כקונדנסציה של שישה ראשונים $\langle V^6 \rangle \neq 0$.

חלקיקי היגס מורכבים אלו מאפשרים להשלים חלק חשוב בלגרנז'יאן האפקטיבי. הוא כולל את הפרמיונים (פרק 4), את חלקיקי הכיול (פרק 5) וכעת גם את חלקיקי ההיגס, ומתלכד עם הלגרנז'יאן של המודל הסטנדרטי.

7. חידת הדורות

א. דיון כללי

קיום הדורות במודל הסטנדרטי כבר הוצג (פרק 1) כ"חידה", המעידה על אפשרות לקיום מבנה פנימי לקוארקים וללפטונים. סביר להניח, שההבדל בין הדורות מתבטא במספר קואנטי כלשהו⁽³⁵⁾ שיכונה "מטען אופקי" ויסומן ב-X. פרט למטען זה, כל המספרים הקואנטיים של e_L^- , μ_L^- ו τ_L^- זהים וכן גם לגבי הפרמיונים האחרים. ערכי המטען האופקי של כל הפרמיונים בדור אינם חייבים להזדהות, אולם במודל המתבסס על סימטריית הכיול $SU(3)_C \times SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$ חייבים ערכים אלו למלא אחר האילוצים הבאים:

$$X(e_L^-) = X(\nu_L)$$

$$X(u_L) = X(d_L)$$

$$X(e_R^-) = X(\nu_R)$$

$$X(u_R) = X(d_R)$$

זויות קביבו מעידות שהסימטריה הקשורה למטען האופקי חייבת להיות שבורה. בכדי להמנע מקיומו של חלקיק גולדסטון הקשור לשבירה זו, על הסימטריה האופקית (הסימטריה הקשורה למטען האופקי) להיות סימטרית כיול או סימטריה בדידה⁽³⁵⁾.

לכל חלקיק היגס קיים מטען אופקי מוגדר היטב, המגביל את צימודיו האפשריים של חלקיק זה לקוארקים וללפטונים. בהנחה שמספר קטן של חלקיקי היגס מקבל ערכי תצפית בואקום, ניתן לקבל מטריצת מסה התלויה במספר קטן של פרמטרים. מתקבלים קשרים בין ערכי מסות הקוארקים וזויות קביבו. כאשר המטען האופקי הוא מטען אקסיאלי⁽³⁶⁾, מתאימים קשרים אלו לתוצאות הנסיוניות.

אם הקוארקים והלפטונים הם אכן בעלי מבנה פנימי, ניתן להבין את קיום הדורות כעירורים של מערכת קואנטית⁽⁵⁾. מאחר שהבדלי המסה בין הדורות קטנים מאד ביחס ל- Λ_H עירורים אלו אינם רדיאליים או אורביטליים. אפשרות אחרת, עירורם של זוגות

פרמיון - אנטי פרמיון⁽¹⁵⁾, עדיין דורשת מספר קואנטי שיבדיל בין הדורות השונים. הסימטריה הקשורה למטען זה חייבת להיות שבורה ללא חלקיק גולדסטון ולהופיע באופן מפורש בתאוריה.

בכל תאוריה למבנה פנימי של קוארקים ולפטונים קיים מספר קואנטי כזה⁽³⁷⁾.

לפי התסריט הכללי⁽⁹⁾ לקוארקים ולפטונים מורכבים, התורה היסודית כוללת את אינטר-אקצית הכיול - היפר-צבע, למשל $SU(N)_H$. בהזנחת כל יתר האינטראקציות (צבע, אלקטרו-מגנטיות וכו') הלגרנז'יאן היסודי אינווריאנטי תחת הסימטריה הגלובלית G . G כוללת את חבורות הצבע והאלקטרומגנטיות, ויתכן שגם את כל החבורה האלקטרו-חלשה או אפילו תורות של איחוד גדול. במקרה הפשוט ביותר, מכילה התאוריה היסודית K פרמיונים

יסודיים, שמאליים וימניים בהצגה היסודית של $SU(N)_H$. במקרה זה $G = SU(K)_L \times SU(K)_R \times U(1)$ ⁽⁹⁾. בנוסף קיימת גם הסימטריה האקסיאלית $U(1)_X$, שמטענה המתאים מוגדר כ- $X=+1$ לכל הפרמיונים השמאליים ו- $X=-1$ לכל הפרמיונים הימניים. שבירת סימטריה זו ע"י אינסטנטונים

מתבצעת באמצעות ערך תצפית בואקום לאופרטור בעל $2K$ פרמיונים שמטענו $X=2K$. $U(1)_X$ נשברת, לכן, ל- Z_{2K}^X (המטען $X \pmod{2K}$ שנשאר שמור), וזאת ללא חלקיק גולדסטון.

החבורה האקסיאלית Z_{2K}^X מהווה גם תת חבורה של $SU(K)_L \times SU(K)_R \times U(1)$. כל מרכיב בתת-חבורה זו ניתן לתיאור כמכפלה של אופרטור מהמרכז של אחד משני גורמי $SU(K)$ ושל אופרטור ב $U(1)$ ⁽³⁸⁾. בסימון מובן, האופרטורים של Z_{2K}^X הם:

$$\exp\left(\frac{2\pi i}{K} N_L\right) \cdot \exp\left[-\frac{2\pi i}{2K}(N_L + N_R)\right] = \exp\left[\frac{2\pi i}{2K}(N_L - N_R)\right]$$

נניח כי הקוארקים והלפטונים של הדור הראשון הינם סינגלטים של $SU(N)_H$ המורכבים מ- N פרמיונים יסודיים. הקוארקים והלפטונים בדורות הגבוהים יותר, יוצרו ע"י הוספת זוגות של פרמיון - אנטי-פרמיון לחלקיקים שבדור הראשון. "חבילת" הפרמיונים המתווספת לדור הראשון חייבת להיות סינגלט של חבורת לורנץ, של היפר-צבע, של צבע, של החבורה האלקטרו-חלשה ואולי אף של חבורת איחוד גדול. לעומת זאת, חייבת "חבילה" זו להיות

בעלת מספר קואנטי כלשהו השונה מאפס, וזאת כדי להבחין בין e -ל- μ (או u ו- c , או d ו- s וכו'). מטען זה יזוהה כמטען האקסיאלי X השמור $\text{mod } 2K$ (37) וישמש כמטען אופקי שערכיו שונים בדורות השונים.

"חבילת" פרמיונים כזו, שהיא בעלת $x(\text{mod } 2K) \neq 0$, לא תוכל להיווצר כשהיא סינגלט של $G = SU(K)_L \times SU(K)_R \times U(1)$. אם, לעומת זאת, נדרוש ש"חבילה" זו תהיה סינגלט של תת-חבורה של G , המכילה את האינטראקציות הידועות בלבד, תמיד תמצאנה "חבילות" בעלות $x(\text{mod } 2K) \neq 0$ (37). דוגמה מפורשת למצב כזה תנתן בחלקו השני של פרק זה במודל הראשונים.

אם הסימטריה האקסיאלית הבדידה Z_{2K}^X אינה נשברת, ומהווה סימטריה של הלגרנז'יאן האפקטיבי, קיימת חבורה אופקית, שערכי מטעניה שונים בדורות השונים. שבירת הסימטריה האופקית, יצירת זוויות קביבו ומתן מסה לפרמיונים מתבצעים ע"י מנגנון היגס דינמי כלשהו (למשל זה שהוצג בפרק 6). בדרך כלל, בובעים האיברים השונים במטריצת המסה של הפרמיונים מערכי התצפית בואקום של סקלרים שונים. הנחת מספר קטן של סקלרים כאלו מובילה לקיומם של קשרים בין מסות הקוארקים לבין ערכי זוויות קביבו (35) (36). התאמתם של קשרים אלו לתוצאות שהתקבלו בנסיון, מובטחת ע"י העובדה שהחבורה האופקית היא חבורה אקסיאלית (36).

לסיכום: בכל מודל למבנה פנימי של קוארקים ולפטונים קיימת הסימטריה $U(1)_X$, הנשברת ע"י אינסטנטונים לתת-חבורה בדידה. תת-חבורה זו מזוהה כחבורה האופקית, והיא נשברת במנגנון היגס דינמי ללא חלקיק גולדסטון. סימטריה אופקית זו אינה מוכנסת לתאוריה באופן מלאכותי, אלא מצויה מלכתחילה בכל מודל מסוג זה.

ב. דוגמה - מודל הראשונים

סכימת הדורות הכללית, שהוצגה לעיל, מודגמת כאן במודל הראשונים. אינטראקציות ההיפר-צבע במודל זה היא $SU(3)_H$, $G = SU(6)_L \times SU(6)_R \times U(1)$, והסימטריה הבדידה Z_{12}^X (פרק 3) הינה החבורה האופקית. ה"חבילה" הסקלארית אינה חייבת, כמובן, להיות סינגלט

של $SU(3)_H \times SU(6)_L \times SU(6)_R \times U(1)$ אלא של $SU(3)_H \times SU(3)_C \times U(1)_{em} \times U(1)_V \times U(1)_Y$ בלבד.
 שני סינגלטים כאלו⁽³⁷⁾, שהם בעלי $\chi \pmod{12} \neq 0$ הם $T_L \bar{T}_L V_L \bar{V}_L$ ו- $T_R \bar{T}_R V_R \bar{V}_R$,
 והם יכולים להופיע במספר קונפיגורציות שונות של צבע, היפר-צבע ולורנץ. ערכי χ של
 "חבילות" אלו הם

$$\chi(T_L \bar{T}_L V_L \bar{V}_L) = 4 ; \quad \chi(T_R \bar{T}_R V_R \bar{V}_R) = -4$$

הפוזיטרון ה"ערום" הינו מצב קשור של שלושה ראשונים - TTT, והחלקיקים
 ה"ערומים" μ^+ ו- τ^+ הם מצבים קשורים של שבעה ראשונים $TTT(T\bar{T}V\bar{V})$. ל- $(T_R T_R T_L) e_L^+$,
 שעבורו $\chi = -1$, ניתן להוסיף "חבילה" בעלת $\chi = 4$ או $\chi = -4$, וכך מתקבלים שלושה
 פרמיונים בעלי ערכי χ שונים. באופן דומה ניתן להוסיף ל- $(T_L T_L V_L) u_L$ שהוא בעל $\chi = 3$
 "חבילה" בעלת $\chi = 4$ או $\chi = -4$, ולקבל שלושה דורות של קוארקים ולפטונים⁽³⁷⁾.

מנגנון היגס שובר את הסימטריה $SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L} \times Z_{12}^X$ ונותן לקוארקים
 וללפטונים את מסותיהם. בהנחה שמספר קטן של חלקיקי היגס תורם איברים למטריצת המסה,
 קיימים קשרים בין ערכי מסות הקוארקים לערכי זוויות העירבוב. קשרים מסוג זה אינם
 תלויים במקור הסימטריה האופקית, ונובעים מעצם קיומה בלבד.

8. התפרקות הפרוטון

א. דיון כללי

יציבות הפרוטון מוסברת במודל הסטנדרטי כביטוי לחוק שימור המטען הברייוני, במספר תאוריות כלליות יותר ממודל זה כמו למשל בתורות של איחוד גדול, הפרוטון אינו יציב, אולם זמן החיים שלו ארוך מאד. גם במודלים המתארים מבנה פנימי לקוארקים וללפטונים יתכן שהפרוטון אינו יציב.

לבדיקת תהליכים כאלו, שאינם קיימים במודל הסטנדרטי, יש לבחון איברים שאינם רנורמליזביליים (בעלי מימד גבוה) בלגרנדזיאן האפקטיבי, איברים כאלו מלווים במקדם מסדר גודל של Λ_H^{-n} (n חיובי). לצורך הבנת תהליך מסוים, יש למצוא את האיבר הפשוט ביותר (בעל המימד הנמוך ביותר), המכבד את כל הסימטריות של התורה האפקטיבית והתורם לתהליך זה.

איבר טיפוסי, היכול לגרום להתפרקות הפרוטון, הינו אינטראקציית ארבעה-

פרמיונים מהצורה $uude^-$ איבר זה אינווריאנטי תחת כל הסימטריות של המודל

הסטנדרטי אך אינו רנורמליזבילי (כי הוא בעל מימד שש), מקדמו של איבר זה הוא

מסדר הגודל של Λ_H^{-2} , ולכן זמן החיים של הפרוטון המתקבל הוא

$$\tau_p \sim \Lambda_H^4 m_p^{-5}$$

(חזקת מסת הפרוטון m_p^- נקבעת משיקולי מימדים). דרך חילופית להבנת תוצאה זו

מבוססת על תאור התהליך כמתבצע באמצעות החלפת בוזון כבד (בעל מסה מסדר גודל Λ_H),

הפרופגטור של הבוזון תורם לאמפליטודה את הגורם $1/\Lambda_H^2$, ומכאן שזמן החיים של

הפרוטון פרופורציוני ל- Λ_H^4 . הצבת התוצאה הנסיונית $\tau_p \gtrsim 10^{30}$ years מובילה ל- $\Lambda_H \gtrsim 10^{15}$ GeV,

הדומה לערך המתקבל בתורות של איחוד גדול (1).

בתורות של איחוד גדול מתקבלת סקאלה גבוהה זו משקולים שאינם תלויים בזמן

החיים של הפרוטון. במודלים למבנה פנימי של קוארקים ולפטונים יכול Λ_H להיות במוך

מאד ונסיונית יתכן אף $\Lambda_H \lesssim 1$ TeV.

שתי דרכים עשויות לאפשר קבלת תאוריה בעלת ערך נמוך ל- Λ_H :

1. ברמת החלקיקים היסודיים קיים חוק שימור, המזוהה ברמת החלקיקים המורכבים

כחוק שימור המטען הבריוני. הסימטריה הקשורה לחוק שימור זה אינה שבורה ולכן הפרוטון יציב לחלוטין (39). במקרה זה מפר האיבר האפקטיבי $uude^{-1} \frac{1}{\Lambda_H^2}$ את אחד מחוקי השימור של התאוריה ולכן אינו "חוקי". התוצאה הנסיובית לגבי זמן החיים של הפרוטון אינה מובילה כאן לגבול על ערכו של Λ_H .

2. במקרה שהקוארקים והלפטונים מורכבים מאותן אבני בנין, יתכן שהמספר הבריוני אינו מוגדר כלל ברמת החלקיקים היסודיים. במקרה זה בדרש כלל ברירה, שימנע את התפרקות הפרוטון בעזרת איברים ממימד במוך בלגרנז'יאן האפקטיבי, אם האיבר הפשוט ביותר התורם לתהליך זה הוא בעל מימד הגדול משש, זמן החיים של הפרוטון (τ_p) פרופורציוני ל Λ_H^n כאשר $n > 4$, והגבול הנסיובי על τ_p "מרשה" $\Lambda_H \ll 10^{15} \text{ GeV}$.

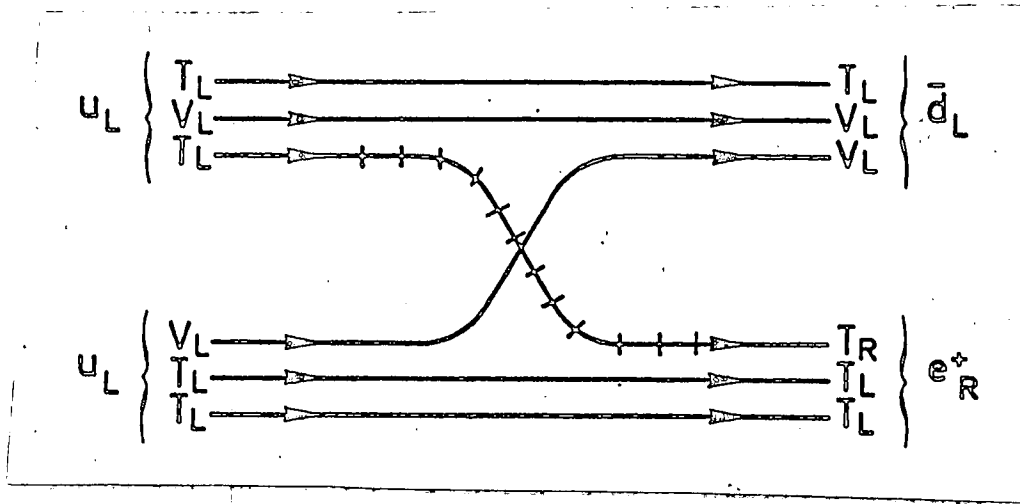
ב. התפרקות הפרוטון במודל הראשונים

האפשרות, שהמטען הבריוני אינו שמור אך כלל ברירה מנוע את התפרקות הפרוטון באמצעות אופרטור פשוט (40) (ולכן יתכן ערך במוך ל Λ_H), תודגם כאן במודל הראשונים.

הסימטריות השונות של מודל הראשונים (פרק 3) אינן כוללות סימטריה הקשנה

לשימור המספר הבריוני. למרות זאת, במנעת התפרקות הפרוטון בעזרת אופרטורים פשוטים (41) בשל הבחירה המיוחדת של פונקציות הגל של הקוארקים $(u_L = T_L T_L V_L)$; $\bar{d}_L = V_L V_L T_L$ (וכו' - ראה פרקים 5,4) (42). לכל הקוארקים בעלי פונקציית גל מועדפת זו קיים $\chi = \pm 3$ ולכל הלפטונים $X = \pm 1$ (x מוגדר כ $X(T_L) = -X(T_R) = X(V_L) = -X(V_R) = 1$ והוא נשמר מודולו 12). איבר בלגרנז'יאן האפקטיבי, המפר את חוק שימור המספר הבריוני, חייב, כדי לשמר את הצבע, לכלול שלושה קוארקים ($\chi = \pm 3$ או $\chi = \pm 9$).

הוספת לפטון לשלושה קווארקים אלו יוצרת איבר בעל $x \pmod{12} \neq 0$. מכאן שאיבר בלגרנז'יאן האפקטיבי המכיל ארבעה פרמיונים בלבד, אינו מסוגל לגרום להתפרקות הפרוטון (40) וההערכה הפשטנית $\tau_p \sim \Lambda_H^{4m-5}$ אינה נכונה. תוצאה זו מודגמת באופן גרפי באיור 1.



איור 1: תאור התהליך $u+u \rightarrow \bar{d}+e^+$ בעזרת ראשונים, לפחות ראשון אחד חייב להפוך את הכירליות שלו ולכן בסדר ראשון $(\tau_p \sim \Lambda_H^{4m-5})$ התהליך אסור.

הדרישה $x \pmod{12} = 0$ מובילה לאיבר המכיל לפחות שלושה קווארקים ושלושה לפטונים (או אנטי-לפטונים). מחוקי השימור מתחייב כי מספר אי-זוגי מפרמיונים אלו הם שמאליים (בהצגה $(\frac{1}{2}, 0)$ של חבורת לורנץ) והשאר - ימניים (בהצגה $(0, \frac{1}{2})$). ליצירת איבר שהוא סקלר של חבורת לורנץ, יש להוסיף לפחות בגזרת אחת. לכן מימד איבר זה הוא עשר, ומקדמו - מסדר גודל Λ_H^{-6} . איבר כזה גורם להתפרקות מסוג $p \rightarrow e^- e^+ e^+$ בזמן חיים של $\tau_p \sim \Lambda_H^{12m-13}$ (40).

השימוש בערכי התצפית בואקום של חלקיקי ההיגס השונים מאפשר התפרקות מהירות יותר של הפרוטון. נוח למיין תהליכים אלו לשתי קבוצות: אלו המשמרים את B-L ואלו המפרים חוק שימור זה.

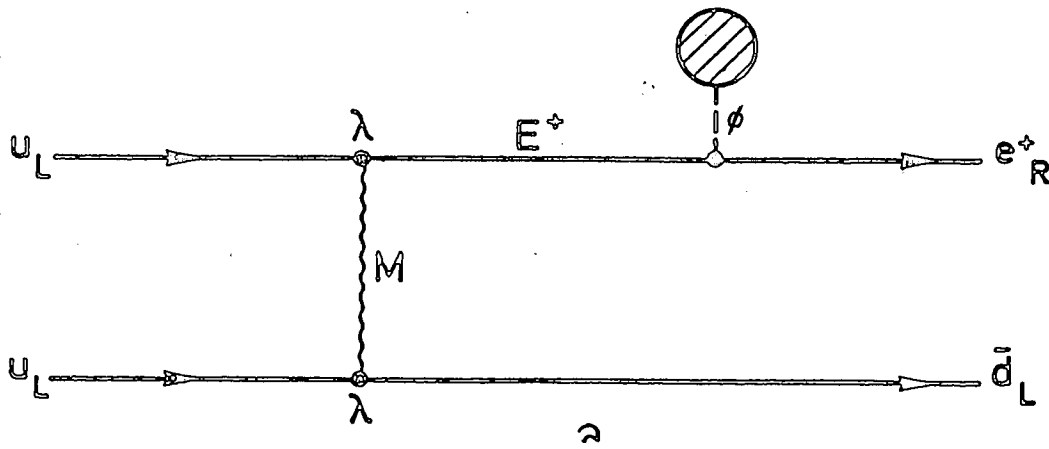
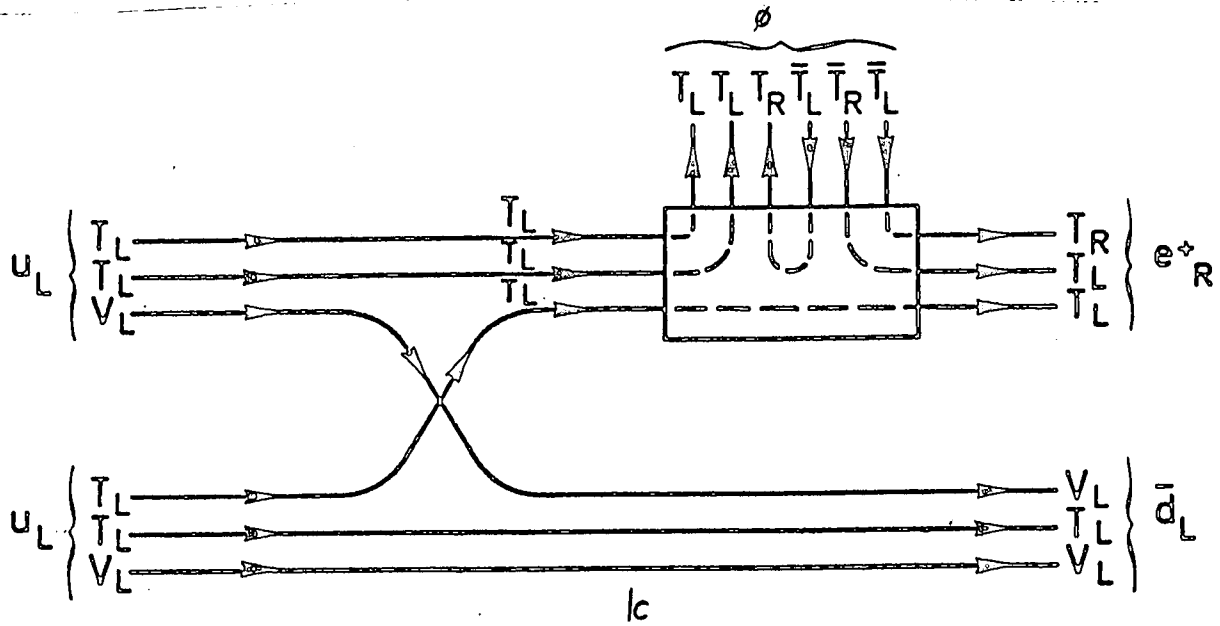
1. תהליכים המשמרים את B-L

ניתן לכתוב איבר אינווריאנטי מסוג $\phi u_L u_L d_R e_L^-$, בעל נגזרת אחת, כאשר ϕ הוא מצב קשור של $e_L^- e_L^+$ (פרק 6). השדה הסקלארי ϕ נצמד לפרמיונים המורכבים באמצעות המקדם λ , כך ש $\langle \phi \rangle \sim m_f$. מסת הפרמיון המורכב. מתקבל איבר אפקטיבי שמקדמו $m_f \Lambda_H^{-4}$ ומכאן $\tau_p \sim \frac{\Lambda_H^8}{m_f^2 m_p^7}$ (40). מהגבול $\tau_p \gtrsim 10^{30}$ years (בהצבת $m_f \sim 1$ MeV) מתקבל $\Lambda_H \gtrsim 10^7$ MeV. איור 2 מציג דיאגרמה לתהליך אופייני הנובע מאיבר כזה.

ניתן לקבל תהליכים המשמרים את B-L גם משימוש בשני סקלרים: $qqq \langle \phi \rangle \langle \phi \rangle$.
 כגון אין צורך בנגזרת ומתקבל $\tau_p \sim \frac{\Lambda_H^8}{m_f^4 m_p^5}$.
 2. תהליכים שבהם $\Delta(B-L)=2$

במקרים אלו האנליזה דומה לקודמת, אך יש להשתמש בערך התצפית בואקום של הסקלר Δ_R (פרק 6) שערכו U_R . מאחר ש $U_R \gg m_f$, הופכים התהליכים בהם $\Delta(B-L)=2$ לחזקים יותר מאלו המשמרים את B-L, ובאנלוגיה למקרה האחרון נקבל $\tau_p \sim \frac{\Lambda_H^8}{U_R^2 m_p^7}$ (40). עבור $U_R \sim 500$ GeV ו- $\tau_p \gtrsim 10^{30}$ years, מתקבל $\Lambda_H \gtrsim 10^8$ GeV. דיאגרמה אופיינית למצב זה מתוארת באיור 3.

מכאן ברור כי תהליכים המפרים את שימור B-L חזקים פי $\sim 10^{10} \left(\frac{U_R}{m_f}\right)^2$ מאלו המשמרים מטען זה. לכן, מעשית קיימים רק התהליכים המקיימים $\Delta(B-L)=2$.

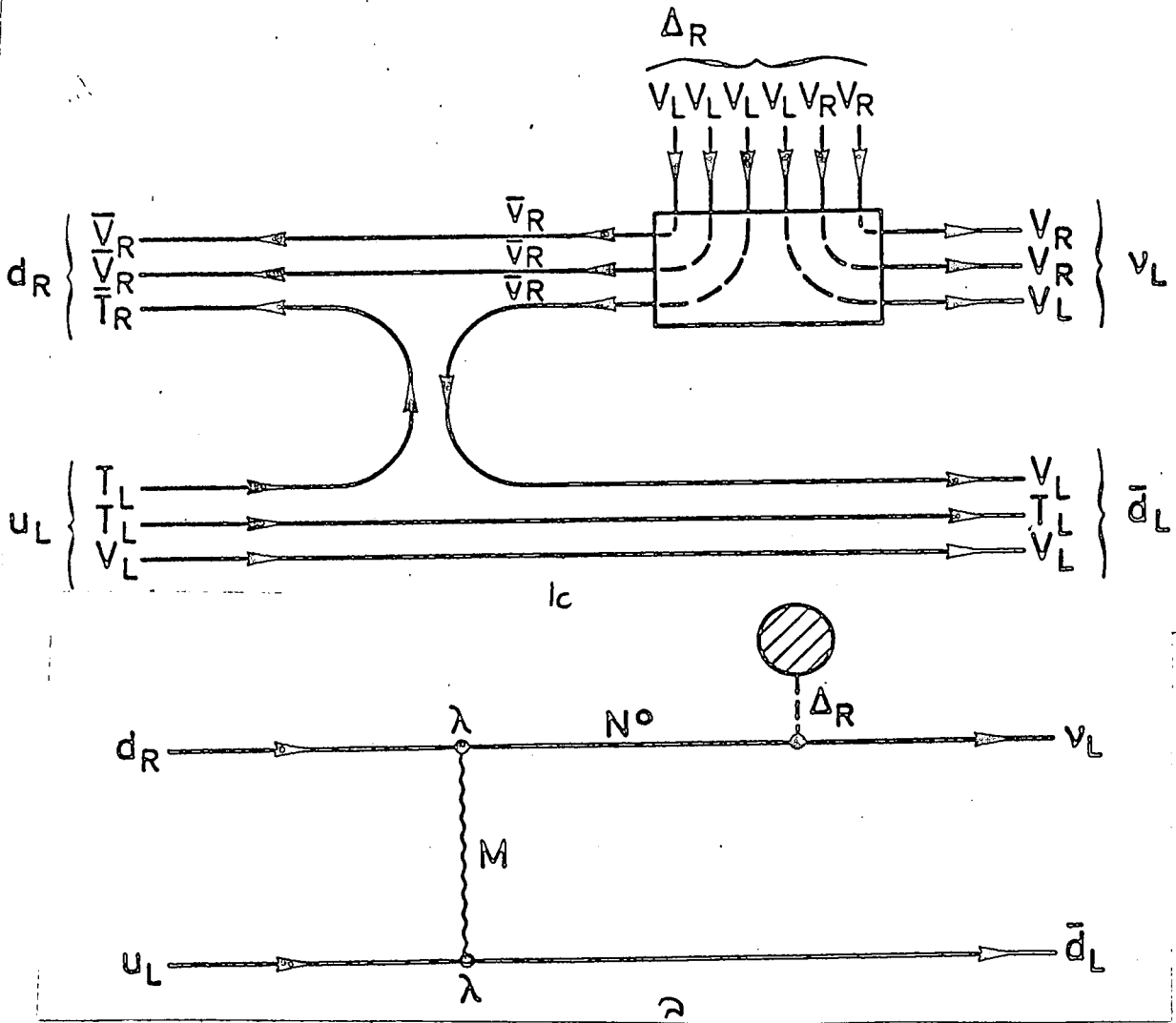


איור 2: התפרקות פרוטון המשמרת את B-L באמצעות התהליך $\bar{u} + u \rightarrow \bar{d} + e^+$.

א2 - תאור בעזרת קוי ראשונים תוך הדגמת שימור המטענים השונים.

ב2 - תאור אותו תהליך באמצעות מצבים קשורים.

החלקיקים הכבדים $M(T_L \bar{V}_R)$ ו- $E^+(T_L T_L T_L)$ הם בעלי מסות מסדר גודל של Λ_H , ולכן אינם משתתפים בלגרנז'יאן האפקטיבי לאנרגיות נמוכות. ספירת החזקות מתבצעת ע"י בדיקת איברים לא רנורמליזביליים בלגרנז'יאן זה, או בעזרת הפרופגטורים של החלקיקים הכבדים שבדיאגרמה. האמפליטודה של התהליך פרופורציונית ל- $m_f \Lambda_H^{-4}$, כאשר הפרופגטורים של M ו- E^+ תורמים, כל אחד, Λ_H^{-2} . הפרופגטור של הפרמיון E^+ תורם Λ_H^{-2} (ולא Λ_H^{-1}) כי הוא צמוד באותה כירליות בשני צדדיו. הגורם m_f מקורו ב $\langle \phi \rangle$.



איור 3: התפרקות הפרוטון בתהליך $p \rightarrow \nu + \pi^+$ באמצעות $\nu + d \rightarrow u$. החלקיק הוקטורי M

והפרמיון N^0 הם בעלי מסה מסדר גודל של Λ_H , והאמפליטודה של התהליך

$$\text{פרופורציונית ל } U_R \Lambda_H^{-4}$$

בדיון זה הנחנו, כי Δ_R ו ϕ הם חלקיקים סקלריים בלגרנדזיאן האפקטיבי.

אם, לחילופין, תעשה שבירת הסימטריה $SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$ באמצעות קונדנסציה

של זוגות פרמיונים (פרק 6), יתקבלו הערכים

$$(40) \quad \tau_p \sim \frac{\Lambda_H^{12}}{U_R^6 m_p^7} \quad -1 \quad \tau_p \sim \frac{\Lambda^{12}}{m_F^2 M(W_L)^4 m_p^7}$$

לתהליכים המשמרים את B-L ולתהליכי $\Delta(B-L)=2$, בהתאמה, הגבול לערך Λ_H יהיה חלש יותר - $\Lambda_H \gtrsim 10^3 \text{ GeV}$.

סכימת דורות המבוססת על הסימטריה הבדידה Z_{12}^X , כפי שהוצע בפרק 7, עלולה לשנות ערכים אלו לזמן החיים של הפרוטון. ערבוב בין הדורות (קביבו) עלול לגרום לפרוטון לזמן חיים של $\tau_p \sim \Lambda_H^{4-5} m_p^{-4}$ ולכן לגבול $\Lambda_H \gtrsim 10^{15} \text{ GeV}$.

לסיכום: "עצירת" התפרקות הפרוטון בסדר ראשון בעזרת כלל ברירה וקבלת ערך

נמוך ל- Λ_H הודגמו במודל הראשונים לדור אחד, זמן החיים של הפרוטון במודל זה פרופורציונלי ל- Λ_H^8 , ומוביל לגבול $\Lambda_H \gtrsim 10^8 \text{ GeV}$. בניגוד לתחזית הכללית המבוססת על אופרטורים ממימד שש⁽⁴³⁾, ההתפרקות הדומיננטיות של הפרוטון אינן משמרות את B-L.

9. בעית הסימטריה הכירלית

א. דיון כללי

בעית הסקאלות, המתעוררת כאשר הקוארקים והלפטונים הם חלקיקים מורכבים, תוארה בפרק הראשון. פרמיונים מורכבים אלו הם חסרי מסה ביחס לסקאלת כוחות הקשירה, ולפי טהופט⁽⁹⁾ זהו ביטוי לקיום סימטריה כירלית בלתי שבירה ספונטאנית. אופן שבירת הסימטריה הכירלית בתורות כיול לא אבליות עדיין אינן ברור באופן חד משמעי, ופרק זה יעסוק במספר היבטים של סוגיה כללית זו.

הלגרנז'יאן של תורת כיול לא אבלית (היפר-צבע), הכוללת פרמיונים חסרי מסה, אינווריאנטי תחת חבורת סימטריה כירלית גלובלית G . בדרך כלל, נשברת G ספונטאנית לתת-חבורה H , בעזרת ערך תצפית בואקום לאופרטור כלשהו. לאופרטור זה תכונות טרנספורמציה שאינן טריביאליות תחת G , אך הוא מהווה סינגלט של H . הבעיה הבסיסית במקרים אלו היא זיהוי אופרטור זה וקביעת תת החבורה השמורה H .

החלקיקים המורכבים שייכים להצגות לינאריות של H , והלגרנז'יאן האפקטיבי אינווריאנטי תחת סימטריה זו. לקיומם של קוארקים ולפטונים מורכבים, בדרשת המצאותו של חלק כירלי ב- H .

דיון בשבירת הסימטריה הכירלית הגלובלית G מעלה שלוש אפשרויות לוגיות:

1. G אינה נשברת, כלומר $G=H$.

2. G נשברת ספונטאנית לתת-חבורה H שאינה מכילה חלק כירלי.

3. G נשברת ספונטאנית לתת-חבורה H הכוללת חלק כירלי.

במקרים 1 ו-3 נשארת סימטריה כירלית, ויתכן קיום פרמיונים מורכבים חסרי מסה.

במקרים 2 ו-3 נשברת סימטריה גלובלית, ולכן בוצרים בוזוני גולדסטון חסרי מסה.

אנומליה בפובקצית גרין של שלושה זרמים שמורים מצביעה על קיום חלקיקים מורכבים חסרי מסה⁽¹⁰⁾, במקרה 1 חלקיקים אלו הם פרמיונים; הזהות בין הערך המתקבל מחישוב האנומליה בעזרת הפרמיונים היסודיים, לערך המתקבל מאותו חישוב בעזרת הפרמיונים המורכבים חסרי המסה, הינה משוואת הקובסיסטנטיות של טהופט⁽⁹⁾, במקרה 2 החלקיקים חסרי המסה הם חלקיקי גולדסטון, וערך האנומליה קובע את צימודיהם לפרמיונים המורכבים. במקרה 3 קיימים בוזונים חסרי מסה ויתכנו גם פרמיונים חסרי מסה. אם ל-H יש תת חבורה כירלית רציפה, זרמים המתאימים ליוצרי H ישתתפו במשוואת טהופט, המקשרות את הפרמיונים היסודיים לפרמיונים המורכבים חסרי המסה, התורה הפשוטה ביותר מסוג זה היא תורה דמוית QCD. חבורת הכיול שלה היא $SU(N_H)_H$, וקיימים בה K פרמיונים שמאליים וימניים חסרי מסה, השייכים להצגה היסודית של $SU(N_H)_H$. במקרה זה חבורת הסימטריה הגלובלית היא $G = SU(K)_L \times SU(K)_R \times U(1)$. עבור $N_H = 3$, תורה זו איזומורפית ל QCD עם K פרמיונים (קוואקים) חסרי מסה. כאשר $K=2$, קיים $G = SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)$, וידוע מהנסיון כי $H = SU(2) \times U(1)$. זהו מקרה 2 שתואר לעיל. קיימים בו שלושה בוזונים מורכבים חסרי מסה (פיונים) וכל הפרמיונים המורכבים בעלי מסה:

חישובים על הסריג⁽²²⁾, פיתוח ב $1/N_H$ ⁽²¹⁾ וטיעונים אינטואיטיביים⁽²³⁾ מורים כי לכל ערך של K נשברת החבורה $G = SU(K)_L \times SU(K)_R \times U(1)$ ל- $H = SU(K) \times U(1)$. כך בוצרים $K^2 - 1$ בוזונים חסרי מסה ואילו כל הפרמיונים בעלי מסה. מתוצאה זו ניתן להסיק כי תאוריה וקטורית אינה מתאימה לתאור המבנה הפנימי של קוואקים ולפטונים. יש להתמקד, לכן, בתאוריות כירליות בהן הפרמיונים נמצאים בהצגה מרוכבת של חבורת ההיפר-צבע.

מספר הסתייגויות עשויות "להציל" תאוריות וקטוריות דמויות QCD ולאפשר את השימוש בהן במודלים למבנה פנימי לקוואקים ולפטונים:

1. כל שלושת הטיעונים⁽²¹⁾⁽²²⁾⁽²³⁾ לשבירת חבורת הסימטריה $G = SU(K)_L \times SU(K)_R \times U(1)$ ל- $H = SU(K) \times U(1)$ אינם מושלמים. יתכן כי תוצאה זו נכונה עבור $K=2$ או אפילו עבור

$K=3$ (הערכים לגביהם קיימת אינפורמציה מהנסיון ב-QCD), אך אין היא נכונה בערכי K גבוהים יותר⁽⁴⁴⁾. אפשר שהסימטריה הגלובלית של תאוריה, המבוססת על יותר משלושה פרמיונים חסרי מסה, נשברת ספונטאנית לתת-חבורה כירלית H , כך שנוצרים פרמיונים מורכבים חסרי מסה.

2. בתורה ריאליסטית מהווה תת-חבורה של G חבורת כיוול, המתאימה לאינטראקציות הידועות (למשל QCD). ערכי מקדמי הצימוד g_C של אינטראקציות אלו קטנים מאד באנרגיה $\Lambda_H \ll 1 (g_C \Lambda_H)$. בדרך כלל בוטים להזניח אינטראקציות אלו, אך יתכן כי הן משפיעות על אופן שבירת הסימטריה הכירלית. לדוגמה; כאשר שבירת הסימטריה הכירלית אפשרית באמצעות שני אופרטורים שונים (למשל $\bar{f}f$ או $(\bar{f}f)^2$), יתכן שלפוטנציאל האפקטיבי קיימים שני מינימה; בכל מינימום מקבל אופרטור אחר ערך תצפית בואקום השונה מאפס⁽¹⁹⁾. אפשר שמינימום אחד מועדף כאשר האינטראקציות ב- G קיימות ($g_C \neq 0$) ואילו השני מועדף כאשר הן מוזנחות לחלוטין ($g_C = 0$). תת הסימטריה הבלתי שבירה H שונה בשני מצבים אלו.

3. שתי ההסתייגויות שלעיל מתחזקות כאשר דבים בהנחת שבירת הסימטריה הכירלית בעזרת פיתוח ב- $1/N_H$ ⁽²¹⁾. הוכחה זו תקפה בקרוב $N_H = \infty$ ו- K סופי. מובן שכאשר ל- K ערך גבוה (הסתייגות 1) קשה להאמין לקרוב זה. אם לא מזניחים את האינטראקציות שב- G (הסתייגות 2), הרי שבגבול $N_H \rightarrow \infty$ ו- K קבוע, אינטראקציות אלו מפסיקות להיות חופשיות אסימפטוטית והן מתחזקות. מכאן ברור שאסגר היה להזניחן מלכתחילה. ניתן להתגבר על קושי זה ע"י דינון בגבול $N_H \rightarrow \infty$, K , כך שהיחס N_H/K קבוע⁽⁴⁵⁾. בגבול זה נשארות כל האינטראקציות חופשיות אסימפטוטית, וניתן להזניח את אלו שב- G ($g_C=0$). לעומת זאת, לא בוכל להפעיל כאן את ההנחה לשבירת הסימטריה הכירלית⁽²¹⁾.

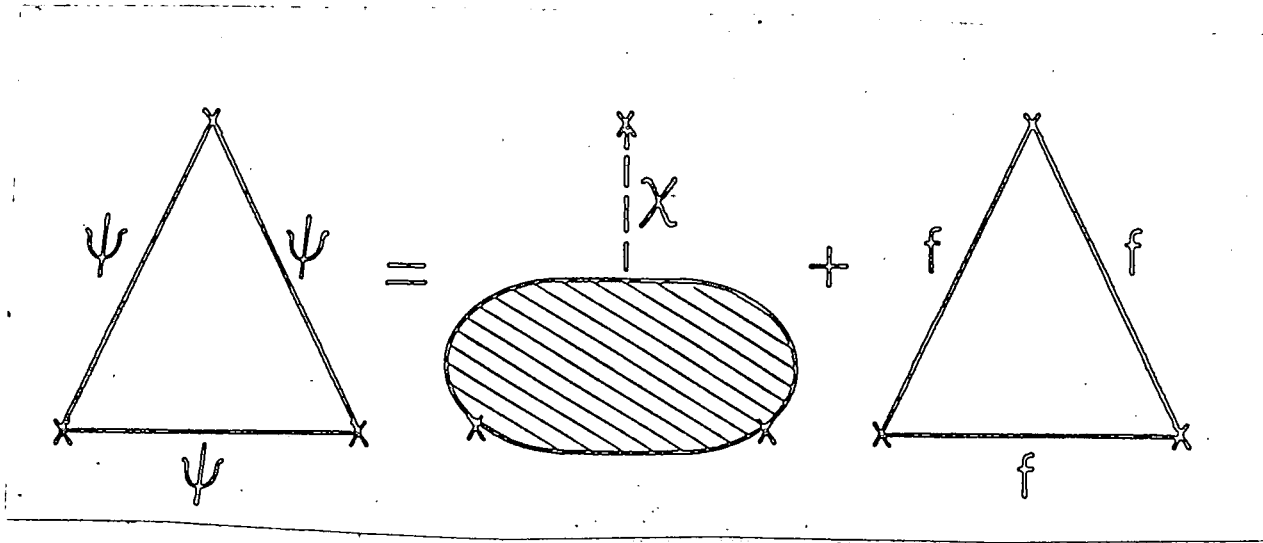
ב. סימטריות כירליות בדידות

הצורך לקיים את תנאי הקונסיסטנטיות של טהופט⁽⁹⁾ מקשה מאד על קבלת תורה ריאליסטית של קוארקים ולפטונים מורכבים. כשחבורת הסימטריה הגלובלית הכירלית G נשברת לתת-חבורה כירלית H (מקרה 3 שלעיל), מספר משוואות טהופט שיש לקיימן קטן יותר מאשר במקרה בו $G=H$ (מקרה 1 לעיל). למרות הירידה במספר המשוואות, לא נמצא להן עדיין פתרון ריאליסטי. בשאלת, אם כן, השאלה אם ניתן לקבל פרמיונים מורכבים חסרי מסה באופן "טבעי" ללא משוואות הקונסיסטנטיות של טהופט. דבר זה אפשרי כאשר החבורה G נשברת לתת-חבורה כירלית H (מקרה 3), והחלק הכירלי של H הוא חבורה בדידה⁽³⁸⁾⁽⁴⁶⁾⁽⁴⁷⁾. H כוללת חלק וקטורי רציף וחלק כירלי בדיד. בהעדר סימטריות כירליות רציפות, לא קיימים זרמים ליצירת משוואות הקונסיסטנטיות של טהופט ואין מגבלות על הספקטרום, יתכן כי הסימטריה הכירלית הבדידה מתממשת בעזרת פרמיונים בעלי מסה בלבד (למשל parity doublets) ללא פרמיונים חסרי מסה. לענמת זאת, אפשר שסימטריה זו מגיבה על מספר פרמיונים מורכבים מקבלת מסה,

בהעדר פרמיונים מורכבים חסרי מסה, מאוזן הקוטב שבתקיפה אפס בפונקציית גרין (המופיע ברמת הפרמיונים היסודיים), ע"י חלקיק גולדסטון, אם קיימים גם פרמיונים מורכבים חסרי מסה, מתבצע האיזון ע"י סכום תרומותיהם של חלקיק הגולדסטון ושל פרמיונים מורכבים אלו (איור 4)⁽⁴⁷⁾. מובן שהמשוואות המתקבלות במקרה זה אינן מטילות תנאים על ספקטרום הפרמיונים חסרי המסה. זהו תסריט "טבעי" לפרמיונים מורכבים חסרי מסה, בו משוואות הקונסיסטנטיות של טהופט אינן תקפות.

ביקורת מיידית כנגד עכימה זו, היא ההכרח בקיומם של חלקיקי גולדסטון חסרי מסה- χ בנוסף לקוארקים וללפטונים המורכבים. בזוונים כאלו עדיין לא נצפו בניסיון, ואמנם, מסתבר כי חלקיקי גולדסטון אלו אינם נצמדים לפרמיונים חסרי מסה⁽⁴⁷⁾. ההוכחה לכך נובעת מהקשר של גולדברג-טרימן, לפיו הצימוד חלקיק גולדסטון-פרמיון פרופורציוני למסת הפרמיון, ולכן מתאפס כשהפרמיון חסר מסה.

20015-1



איור 4: הקוטב בפונקציית גרין, המחושב באמצעות הפרמיונים היסודיים ψ , מאוזן ע"י סכום התרומות של חלקיק גולדסטון χ ושל הפרמיונים המורכבים חסרי המסה f .

במקרה הריאליסטי בו הפרמיון f מקבל מסה קטנה ($m_f \ll \Lambda_H$), הסימטריה H שבורה

במקצת, ומתקבל צימוד $\chi \bar{f} f$. מקדם איבר זה - $g_{\chi \bar{f} f}$ קטן מאד ומקיים $g_{\chi \bar{f} f} \sim m_f / F_\chi$. F_χ אנלוגי ל- F_π ומוגדר ע"י

$$\langle 0 | J_\mu(x) | \chi(q) \rangle = i q_\mu e^{-i q x} F_\chi$$

כאשר J_μ הוא הזרם הצמוד ל- χ . הקבוע F_χ הוא מסדר הגודל של הסקאלה Λ_H . ולכן $g_{\chi \bar{f} f} \sim \frac{m_f}{\Lambda_H} \ll 1$ לפרמיונים הכבדים מסה $m \sim \Lambda_H$ ועבורם $g_{\chi \bar{f} f} \sim 1$. צימוד חזק זה דומה לצימוד בין הגולדסטונים של QCD (הפיונים) לפרמיונים המורכבים של תורה זו (למשל הנוקלאונים).

צימודיהם החלשים של חלקיקי גולדסטון אלו לקוואקים וללפטונים מקשים על

גילויים בנסיון. המגבלה החזקה ביותר על קיומם, מקורה בגבולות על התהליך $\gamma + f \rightarrow \chi + f$ המתרחש בפוכבים "ענקים אדומים" (48). הגבול רגיש לערך מסת חלקיק הגולדסטון m_χ . עבור $m_\chi \sim 0.01 \text{ MeV}$ מתקבל $\Lambda_H \gtrsim 10^9 \text{ GeV}$; עבור $m_\chi \sim 0.2 \text{ MeV}$, $\Lambda_H \gtrsim 10^4 \text{ GeV}$ ועבור

$m_\chi \sim 0.5 \text{ MeV}$ לא מתקבלת מתהליך זה הגבלה משמעותית. יש לציין כי הבוזון χ יכול לקבל מסה קטנה, אם הסימטריה המתאימה לו שבורה באופן מפורש כמו למשל באמצעות אברי מסה לפרמיונים היסודיים.

בוזונים אלו אינם גורמים לפוטנציאל ארוך-טווח מסוג $1/x$ ואפילו כאשר הם חסרי מסה במדויק. צימודם לפרמיונים הוא מהצורה $\partial^\mu \chi \cdot J_\mu$ וגורם, במרחקים ארוכים, לאינטראקציה ספין-ספין, שתלותה במרחק היא $1/x^3$.

לסיכום: הסימטריה הכירלית הגלובלית G נשברת ספונטאנית לתת-חבורה H ,

המכילה חלק כירלי בדיד. ספקטרום החלקיקים המורכבים כולל:

1. חלקיקי גולדסטון חסרי מסה.

2. פרמיונים כבדים בעלי מסה Λ_H הנצמדים ל- χ בחזקה.

3. פרמיונים חסרי מסה שאינם נצמדים ל- χ .

הלגרנז'יאן האפקטיבי לאנרגיות נמוכות כולל את הפרמיונים המורכבים חסרי המסה

ואת חלקיקי הגולדסטון. כל האינטראקציות של חלקיקי הגולדסטון הן בעלות חוזק

$g\alpha\Lambda_H^{-1}$, כך ש- χ אינו נצמד לחלקיקים הקלים. בכך הוא דומה לחלקיקים "חמקמקים" אחרים כמו "מיורון" (49) וה"אקסיון הבלתי נראה" (50).

מספר דוגמאות המבהירות את המקור החבורתי לסימטריות כירליות בדידות מפורטות

להלן.

דוגמה 1

חבורת הכיול היא $SU(3)$ וקיימים שני פרמיונים יסודיים שמאליים וימניים:

P - בהצגת הטריפלט של $SU(3)$ ו- Q - בהצגת הסקסטט שלה. שני הזרמים הנוקטוריים $\bar{P}\gamma_\mu P$

ו- $\bar{Q}\gamma_\mu Q$ הם שמורים, לשני הזרמים האקסיאליים $\bar{P}\gamma_\mu\gamma_5 P$ ו- $\bar{Q}\gamma_\mu\gamma_5 Q$ יש אנומליות של

חבורת הכיול, ורק צהוף לינארי אחד שלהם בשאר שמור - $\bar{Q}\gamma_\mu\gamma_5 Q - 5\bar{P}\gamma_\mu\gamma_5 P = Y_\mu$.

מכאן שהסימטריה הגלובלית של הלגרנז'יאן היא $G = U(1)_P \times U(1)_Q \times U(1)_Y$. בניח כי

$\bar{P}P$ מקבל ערך הצפייה בואקום אך $\langle \bar{Q}Q \rangle = 0$ (47). הסימטריה האקסיאליית $U(1)_Y$ בשברת ספונטאנית. המטען Y של P הוא $Y(P_L) = -Y(P_R) = 5$ ולכן מתבצעת שבירת הסימטריה $U(1)_Y$ ע"י אופרטור בעל $|Y|=10$, ותת-חבורה Z_{10} של $U(1)_Y$ נשארת שמורה, מכאן ש-
 $H = U(1)_P \times U(1)_Q \times Z_{10}$, והחלק הכירלי ב- H הוא בדיד. היות ש- $Y(Q_L) = -Y(Q_R) = -1$, הפרמיונים המורכבים QQQ הם בעלי $|Y|=3$ או $|Y|=1$. לא ניתן לכתוב איבר מסה האיננווריאנטי תחת Z_{10} לפרמיון מורכב כזה (פרט לאפשרות של זוגות פרמיונים בעלי מסה עם זוגיות הפוכה - parity doublets). לדוגמה, הפרמיון $f_L = Q_R Q_R Q_L$ ($f_R = Q_L Q_L Q_R$) יכול להיות סינגלט של $SU(3)$, בעל ספין $1/2$ וחסר מסה, ולקיים את סטטיסטיקת פרמי, חלקיק הגולדסטון χ (הנובע משבירת $U(1)_Y$ "נושא" $Y=0 \pmod{10}$) ולכן הצימוד $\chi \bar{f} f$ אינו משמר את הסימטריה Z_{10} . בדוגמה זו כל הפרמיונים המורכבים המכילים את P מקבלים מסה. P ו χ אינם משתתפים בעולם החלקיקים הקלים. למרות זאת, הם ממלאים תפקיד מכריע בדינמיקה המאפשרת לפרמיון המורכב $f = QQQ$ להיות חסר מסה (47).

דוגמה 2

בדוגמה הקודמת הנחנו שהמשיכה בין P ל \bar{P} חזקה מזו שבין Q ל- \bar{Q} ולכן $\langle \bar{P}P \rangle \neq 0$ אבל $\langle \bar{Q}Q \rangle = 0$. הנחה זו סותרת את השערת "הערוץ המושך ביותר" (MAC) (51). הדוגמה הנוכחית מתארת מקרה בו ההיררכיה של המשיכה מקיימת השערה זו (47).

גם כאן חבורת הכיול היא $SU(3)$ ו- Q הוא עדיין פרמיון שמאלי וימני השייך לסקסטט של $SU(3)$. P הוא פרמיון שמאלי, ללא בן-זוג ימני, השייך לאוקטט של חבורה זו (מובן שהאוקטט אינו גורם לאנומליות של חבורת הכיול). קיימים שני זרמים שמורים: הזרם הוקטורי $\bar{Q}\gamma_\mu Q$ והזרם חסר האנומליה

$$Y_\mu = 5\bar{P}\gamma_\mu \frac{1}{2}(1-\gamma_5)P + 3\bar{Q}\gamma_\mu \gamma_5 Q$$

לפי השערת "הערוץ המושך ביותר", המשיכה בין P ל \bar{P} חזקה מזו שבין Q ל- \bar{Q} , לכן ניתן להניח ש- $\langle \bar{P}(1-\gamma_5)P \rangle \neq 0$, אולם $\langle \bar{Q}Q \rangle = 0$ (בתעריט טיפוסי של "הערוץ המושך ביותר", גם $\bar{Q}Q$ יבצע קונדנסציה, אך באנרגיה במוכה יותר). החבורה הכירלית

השמורה היא עדין Z_{10} , ויתכן שקיים הפרמיון המורכב חסר המסה $f_L = Q_R Q_R Q_L$, שעבורו $Y(f_L) = -Y(f_R) = 3 \pmod{10}$. גם כאן כל הפרמיונים המכילים את P הם כבדים, ו- χ אינו נצמד לפרמיונים הקלים (47).

ניתן למצוא דוגמאות בוספות בהן מתבצעת שבירת הסימטריה באמצעות אופרטור בילינארי בפרמיונים היסודיים, כך שסימטריה כירלית בדידה נשארת שמורה, במקרים אלו נמצאים הפרמיונים היסודיים בהצגות שונות של חבורת הכיול, קבוצה אחרת של דוגמאות קשורה לשבירת סימטריה בעזרת ערכי תצפית בנאקום לאופרטורים מולטי-פרמיוניים (38) (46) (47). בפנה עתה לדוגמה מסוג זה.

דוגמה 3

תורת הכיול היא $SU(3)$, וקיימים ארבעה פרמיונים שמאליים נימניים S_i ($i=1, \dots, 4$) חסרי מסה השייכים לטריפלט של $SU(3)$. חבורת הסימטריה הגלובלית היא $G = SU(4)_L \times SU(4)_R \times U(1)$ והיא מכילה תת-חבורה אקטיאלית בדידה Z_8^X (פרק 7 סעיף א), פעולת הסימטריה Z_8^X היא $S_i \rightarrow \exp\left(\frac{2\pi i}{8} n \gamma_5\right) S_i$ $n = 1, 2, \dots, 8$ והמטען X המוגדר כ- $X(S_{iL}) = 1$, $X(S_{iR}) = -1$, בשמר מודולו 8.

ההנחה המקובלת היא $\langle \bar{S}_i S_i \rangle \neq 0$. במקרה זה G בשברת ל $H = SU(4) \times U(1)$ נכל הפרמיונים המורכבים בעלי מסה לעומת זאת, אם $\langle \bar{S}_i S_i \rangle = 0$ אך $\langle (\bar{S}_i (1-\gamma_5) S_j)^2 \rangle \neq 0$ (47), מסוגלת קונדנסציה זו לשבור את G לתת-חבורה H בעלת חלק כירלי בדיד בלבד. הינת שהמטען X של $(\bar{S}_i (1-\gamma_5) S_j)^2$ הוא $4 \pmod{8}$, בשברת הסימטריה האקטיאלית הבדידה Z_4^X ל Z_8^X (47). עבור פרמיונים מורכבים מהצורה $f = SSS$ קיים $Y(f) = -Y(\bar{f}) = 3 \pmod{4}$, ולכן איבר המסה $\bar{f}f$ מפר את הסימטריה Z_4^X . קיימים כאן חלקיקי גולדסטון רבים, אך הם אינם נצמדים לפרמיונים המורכבים חסרי המסה. מובן שמשוואות הקונסיסטנטיות של טהופט (9), הקושרות את הצגות הפרמיונים היסודיים והמורכבים, אינן תקפות במקרה זה (אין ב H חלק כירלי רציף). תכונות הסימטריה המפורטות של הפרמיונים המורכבים תלויות בחלק הוקטורי של תת החבורה H . חלק זה נקבע על פי תכונות הטרנספורמציה

של האופרטור $(\bar{S}_i (1-\gamma_5) S_j)^2$, המצוי בהצגות $(10, \bar{10})$ ו/או $(6, 6)$ של $SU(4)_L \times SU(4)_R$. תכונת אלו אינן חשובות לדיוננו זה.

בכל אחת מהדוגמאות שלעיל הנחנו הנחות קיצוניות ובלתי מוצדקות לגבי אופן שבירת הסימטריה הכירלית. רק חשבון דינמי מפורש יכול לשפוט את סבירותן של הנחות אלו. גם אם דוגמאות אלו אינן נכונות, יתכן שהגישה הכללית לקבלת פרמיונים מורכבים בעזרת סימטריה כירלית בדידה תתגלה כנכונה.

תכונה אופיינית לתסריט שהצגנו מהוה קיומם של חלקיקי הגולדסטון, שאינם נצמדים לפרמיונים המורכבים הקלים. מעניין לציין כי ספקטרום דומה מצוי בתורה דמוית QCD בשני מימדים בעלת סימטריה כירלית מקורבת⁽⁵²⁾. ספקטרום החלקיקים הקלים במודל זה כולל בוזונים קלים ופרמיונים קלים ללא אינטראקציות ביניהם. לעומת זאת, נראה שהסיבה לחוסר המסה (המקורב) של הפרמיונים המורכבים הקלים במודל זה אינה קשורה לסימטריה כירלית בדידה, ויתכן שהדמיון לתסריט שלפנינו הינו מקרי בלבד.

ג. שאלת הסימטריה הכירלית במודל הראשונים

הסימטריה הכירלית הרציפה היחידה במודל הראשונים שהיא סימטריה מדויקת הינה $U(1)_Y$ (פרק 3). שני סימנים מצביעים על כך שסימטריה זו נשברת עפונטאנית: 1. לפונקצית גרין $\langle T(Y_\mu J_\nu^R J_\rho^{B-L}) \rangle$ יש אנומליה ברמת הראשונים. חישוב בעזרת הקוואקים והלפטונים המורכבים מראה כי אנומליה זו מתאפסת. העובדה שמשוואות הקונטי-טנטיות של טהופט אינה מתקיימת מעידה ש $U(1)_Y$ נשברת עפונטאנית, ושקיים חלקיק גולדסטון חסר מסה.

2. בלגרנדזיאן האפקטיבי החבורה $U(1)_Y$ הופכת לתת-חבורה של $SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$, והאחרונה נשברת כדי לאפשר מסות לקוואקים וללפטונים המורכבים.

למרות שהסימטריה הכירלית היחידה נשברת, אנו מעוניינים בפרמיונים מורכבים קלים ביחס ל- Λ_H . לכן בניח כי תת-חבורה בדידה Z_M^Y של $U(1)_Y$ נשארת בלתי שבורה (19). ברמת הלגרנז'יאן האפקטיבי, תת-חבורה זו נשברת בעזרת מנגנון היגס אפקטיבי, ומאפשרת לקוארקים וללפטונים לקבל מסות קטנות.

שבירת הסימטריה היא כדלקמן:

באנרגיה מסדר הגודל של Λ_H , בשברת הסימטריה $U(1)_Y$ לתת-חבורה Z_4^Y או Z_6^Y , וזאת בעזרת ערך תצפית בואקום השונה מאפס לאופרטור בעל ארבעה או ששה פרמיונים. נוצר חלקיק גולדסטון חסר מסה χ , הנצמד ל- Y_μ ומבטיח את קינם משוואת האנומליה (ראה איור 4). הפרמיונים המורכבים בעלי $Y = \pm 1$ מוגנים מלקבל מסה ע"י הסימטריה הבדידה ואינם נצמדים לחלקיק הגולדסטון χ .

באנרגיות נמוכות יותר חלקיקי ההיגס האפקטיביים (פרק 6) מקבלים ערכי תצפית

בואקום, ולכן שוברים את הסימטריה Z_M^Y , וגורמים למתן מסות לקוארקים וללפטונים. הצימוד של חלקיק הגולדסטון לפרמיונים חלש מאד והוא מסדר גודל של m_f/Λ_H . הגבול על Λ_H , הנובע מקיום חלקיק הגולדסטון תלוי במסתו של חלקיק זה (אם לראשונים מסות קטנות, $m_\chi \neq 0$) (48). עבור $m_\chi \lesssim 0.01 \text{ MeV}$ מתקבל $\Lambda_H \gtrsim 10^9 \text{ MeV}$, ועבור $m_\chi \sim 0.2 \text{ MeV}$ קיים $\Lambda_H \gtrsim 10^4 \text{ GeV}$ (ראה סעיף ב' בפרק זה).

למרות שתסריט זה אינו גורם לכל קושי פנומנולוגי, בנתרת שאלה דינמית קשה

ללא מענה; מדוע מתבצעת שבירת הסימטריה בסקאלה Λ_H בעזרת אופרטור מולטי-פרמיוני מסובך ולא בעזרת $\langle \bar{\psi}\psi \rangle \neq 0$? אין בידנו תשובה לשאלה זו; הגענו לתסריט זה מתוך הדרישה לקונסיסטנטיות המודל בלבד ולא מדיון דינמי.

שאלה הסימטריה הכירלית מחריפה יותר כאשר בוחנים את הסימטריה המקורבת

$SU(6)_L \times SU(6)_R \times U(1)$ (פרק 3). סימטריה זו הופכת למדויקת כאשר $g_C = e = 0$. השבירה הפשוטה של סימטריה זו בעזרת $\langle \bar{\psi}\psi \rangle \neq 0$ ל- $SU(6) \times U(1)$ אינה מאפשרת קינם פרמיונים חסרי מסה (פרק 3) וגורמת לחלקיקים המורכבים להמצא בהצגות של $SU(6)$ (7).

ביתן "להציל" את המודל בשני אופנים: