

Wentao Lu

$$1. a) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 4 & 5 & 7 & 6 & 8 & 1 & 9 & 3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & 4 & 8 & 7 & 1 & 6 & 2 & 9 & 3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 8 & 6 & 3 & 9 & 4 & 1 & 5 & 2 & 7 \end{pmatrix}$$

$$1 \rightarrow 5 \rightarrow 8 \quad 2 \rightarrow 4 \rightarrow 6 \quad 3 \rightarrow 8 \rightarrow 3 \quad 4 \rightarrow 7 \rightarrow 9 \quad 5 \rightarrow 1 \rightarrow 4 \quad 6 \rightarrow 6 \rightarrow 1 \dots$$

$$b) \quad 1 \rightarrow 5 \rightarrow 8 \quad 2 \rightarrow 7 \rightarrow 2 \quad 3 \rightarrow 4 \rightarrow 1 \quad 4 \rightarrow 1 \rightarrow 5 \\ 5 \rightarrow 8 \rightarrow 3 \quad 6 \rightarrow 2 \rightarrow 7$$

$$\text{answer is } \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 8 & 2 & 1 & 5 & 3 & 7 & 6 & 4 & 9 \end{pmatrix}$$

$$2. \quad \pi^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 2 & 1 \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 2 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\pi^3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 2 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 4 & 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\pi^4 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 4 & 3 & 2 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & 5 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\pi^5 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & 5 & 4 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 4 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\pi^6 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 4 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

6 powers

$$3. \quad \pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 4 & 5 & 7 & 6 & 8 & 1 & 9 & 3 & 2 \end{pmatrix} \\ = (146) (258379)$$

$$\text{lcm}(3, 6) = 6$$

$$\text{so } i = 6$$

$$4. \quad 1 \rightarrow 9 \rightarrow 1 \quad 2 \rightarrow 4 \rightarrow 7 \rightarrow 2$$

$$3 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 8 \rightarrow 10 \rightarrow 3$$

$$\pi = (19) (247) (356810)$$

$$\text{lcm}(2, 3, 5) = 30$$

$$\text{so } i = 30$$

$$5. \quad \pi^{-1} = \begin{pmatrix} 4 & 9 & 5 & 8 & 6 & 7 & 2 & 1 & 10 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \end{pmatrix}$$

$$20 \quad \downarrow = 30$$

$$10 \quad \downarrow = 30$$

$$\downarrow = (10) \quad (10) \quad (10) \quad (10)$$

$$2 \rightarrow 1 \rightarrow 8 \rightarrow 10 \rightarrow 2$$

$$1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5$$