

① (a)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 7 & 1 & 2 & 6 & 9 & 5 & 8 & 8 & 4 \end{pmatrix}$

(b)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 8 & 6 & 1 & 5 & 3 & 2 & 7 & 4 & 9 \end{pmatrix}$

②  $\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 2 & 1 \end{pmatrix}$   $\pi^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 2 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$   $\pi^3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 4 & 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}$

$\pi^4 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & 5 & 4 & 1 \end{pmatrix}$   $\pi^5 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 4 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$   $\pi^6 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix} = I$

③  $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 \\ 4 & 6 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 5 & 8 & 3 & 7 & 9 \\ 5 & 8 & 2 & 7 & 9 & 2 \end{pmatrix}$   $(146) (258379)$   
 $\text{lcm}(3, 6) = 12$

④  $\begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 9 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 4 & 7 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 5 & 6 & 8 & 10 \\ 5 & 6 & 8 & 10 & 3 \end{pmatrix}$   $(19) (247) (356810)$   
 $\text{lcm}(2, 5, 3) = 30$   
 $\pi^i = I$  when  $i = 30$

⑤  $\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 4 & 9 & 5 & 8 & 6 & 7 & 2 & 1 & 10 & 3 \end{pmatrix}$   
 $\Rightarrow \begin{pmatrix} 4 & 9 & 5 & 8 & 6 & 7 & 2 & 1 & 10 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 8 & 7 & 10 & 1 & 3 & 5 & 6 & 4 & 2 & 9 \end{pmatrix} = \pi^{-1}$

⑥  $\{1, 2, 3\} \Rightarrow$  zero permutations  $\{2, 3, 1\} \Rightarrow (1, 3) (2, 3)$  2 inversions  
 $\{1, 3, 2\} \Rightarrow (2, 3)$  1 inversion  $\{3, 1, 2\} \Rightarrow (1, 2) (1, 3)$  2 inversions  
 $\{2, 1, 3\} \Rightarrow (1, 2)$  1 inversion  $\{3, 2, 1\} \Rightarrow (3, 2) (3, 1) (2, 1)$  3 inversions

⑦  $\begin{matrix} 1 & 5 & 2 & 3 & 7 & 4 & 6 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 0 & 3 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \end{matrix} \Rightarrow 5 \text{ inversions}$