

数学和艺术

黄一知

走进古典—北美书法文化云系列讲座第四讲
北美书协、美国龙峰文化基金会主办

从书法谈起

- 书法以前一直是一种最为普及的艺术。
- 自从汉字输入问题解决之后，书法就不再是建立在每个人每天都需要写字这样一个实际需求的基础上了。
- 书法已成为一种纯粹的艺术。我们需要探讨书法在未来究竟是一种什么艺术。
- 目前在国内的一个趋势是将展览和评奖作为书法家展现自己艺术的主要方式。
- 而展览和评奖常常是要在短时间内给他人留下深刻印象。
- 本质上这是将书法看成一种特殊的抽象绘画。
- 这个发展方向是有意义的，因为抽象绘画本身需要新的源泉。
- 但即使再特殊的抽象绘画，也失去了书法传统中真正吸引我们的那种魅力。

古典书法的本质

- 古典书法是要让人们通过反复观摩琢磨，慢慢体验到艺术家想要表达的深刻的东西。
- 古典书法有“字内功夫”和“字外功夫”，两者缺一不可。
- 字内功夫是指扎实的基本功。字外功夫则是指书法的艺术精神和思想，指用书法表达书法家的学识涵养和个体心性的观念。
- 古典书法也曾经历过重大转变甚至革命。
- 一个重要的转变是苏东坡和黄庭坚开创的文人书法。这是指一流书法家同时也是学富三车的学者，用自己书法来表现自己胸中万卷书的气象。
- 而清朝中期碑学兴起，则带来了书法和中国画的一次革命。
- 碑学的一个意义是把书法从纯粹的书写艺术变成了一种怎样通过书写来展示金石碑刻效果的美的艺术。碑学中的“古意”、“古趣”、“古拙”等等其实代表的却是一种完全崭新的美学观念。
- 问题：这样的古典书法传统是否能继续存在甚至发扬光大？
- 比较一下书法和数学中的艺术成分，会给我们很多启示。

什么是艺术

- 艺术的定义有很多争议。
- 不管哪一种艺术的定义，都把艺术定义为一种人类的创造。
- 艺术的一种定义：艺术是一种创造我们能够感受到的美、表达我们的想象、感情和思想的人类活动。
- 艺术是主观的，不是客观的。
- 艺术依赖于创造艺术的艺术家的文化，依赖于欣赏这些艺术的社会大众。
- 对艺术家来说，重要的是个人风格。

什么是科学

- 科学有一个基本上被广泛接受的定义。
- 从哲学角度来说，科学必须是可证伪的。
- 从实际研究角度来说，科学必须有客观的、独立于个人、国家、民族、文化等等的检验方式。
- 自然科学的检验方式是实验。
- 人们相信，即使科学的描述方式是依赖于人类的，科学的内容是独立于我们人类的。
- 研究科学是发现已经存在的规律，而不是创造本来并不存在的东西。

什么是数学

- 数学并没有一个为所有人接受的定义。
- 不同的定义反映了数学不同的侧面。
- 这里给出可以反映数学艺术性的一些描述和定义。
- 英国数学家哈代：和画家、诗人一样，数学家是模式的制造者。如果数学家的模式比画家、诗人的模式更永恒，那是因为数学家的模式是用想法来做成的。
- 一种定义：数学是所有可能模式的分类和研究。
- 另一种定义：数学是一个考察理想化客体的性质和相互作用的广泛研究领域。
- 数学是一门科学，数学的检验方式是严格的证明。
- 但数学不是一门自然科学。

数学的应用和数学本身的艺术性

- 谈到数学和艺术，大家想到的大都是数学在艺术中的应用。
- 比如，数学中由简单的公式得到的曲线和曲面，数学公式产生的各种图像等等。
- 随着艺术的数字化和数字化艺术的诞生，数学正以前所未有的方式影响着艺术的发展。
- 这些数学在艺术中的应用是数学作为一门科学所发挥的巨大作用，但不是我今天要讲的主题。
- 我要讲的是数学本身的艺术性。
- 这种艺术性是抽象的，从而和书法有很多类似之处
- 这是为什么数学的艺术性或许能给书法今后发展方向提供重要的启示。

数学作为一门艺术

- 决定自然科学对错的是自然界，自然科学家只是去发现，并无选择余地。
- 决定一个理论是不是数学，要看是否有严格证明。但在有严格证明的数学中，我们选择哪一个方向去研究，以什么样的方式去研究，以及以什么方式来表述我们的数学研究的结果，是数学家可以选择的。
- 这种选择给了我们极大的自由发挥的空间，这种空间可以让数学家创造美，可以用来表达自己的想象、感情和思想。
- 从这个意义上来说，数学也是一门艺术。
- 一流数学家研究数学的动机可能更接近于一流艺术家从事艺术的动机：寻找一种抽象、超越时空、超越环境、超越人类局限的美，享受寻找到这种美之后所带来的愉悦和快感。

什么是数学的美？

- 美是需要人类去感受的。
- 书法绘画雕塑是视觉艺术，是用眼睛感受的。
- 音乐是听觉艺术，是用耳朵感受的。
- 电影、舞蹈等是视觉和听觉综合的艺术，同时需要眼睛和耳朵。
- 数学是大脑的活动，感受数学的美也需要大脑。
- 数学美的表现形式：
 - 简单。
 - 一般化。
 - 巧妙的思路。
 - ○ ○ ○ ○ ○ ○

数学的抽象美

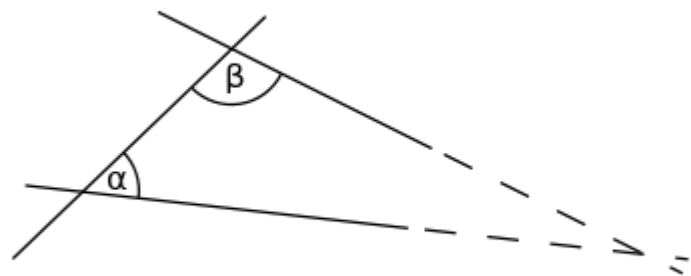
- 数学需要计算，但数学并不是计算。
- 数学的一个主要特征是抽象。
- 自然数就是极其抽象的。
- 数学里的简单不是通常意义下的简单，而是指找到一种抽象的理论，在这个理论框架里，问题的解才变得简单。
- 数学里的一般化也是指把具体例子的性质抽象出来，发展出一般的理论，原来的例子成为一种特殊情况。
- 数学中的巧妙是指意想不到的思路，不是硬算能得到的，很多情形下需要有极为丰富的想象力。

数学抽象的例子

- 欧几里得几何
 - 欧几里得几何五个公设
 - 从一点向另一点可以引一条直线。
 - 任意线段能无限延伸成一条直线。
 - 给定任意线段，可以以其一个端点作为圆心，该线段作为半径作一个圆。
 - 所有直角都相等。
 - 若两条直线都与第三条直线相交，并且在同一边的内角之和小于两个直角，则这两条直线在这一边必定相交。
 - 所有定理都必须只从这五条公设推出。
 - 欧几里得几何公设中的点、线、圆、直角可以是其他抽象的概念，只要这些公设对那些概念也成立，欧几里得几何仍然可以用在这些抽象概念之间的关系上。

第五公设

- 欧几里得几何的第五公设看起来不是那么明显。这里用图来说明：

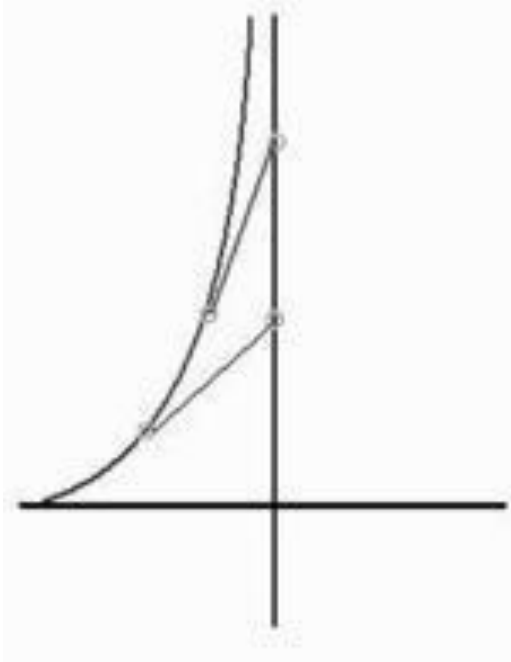


- 直观上这符合我们的想象。
- 但数学不能只凭直观，而不依赖于直观很难确认这个公设为什么会成立。
- 欧几里得之后，数学家一直试图将此公设从其他公设推出，但无一不以失败告终。

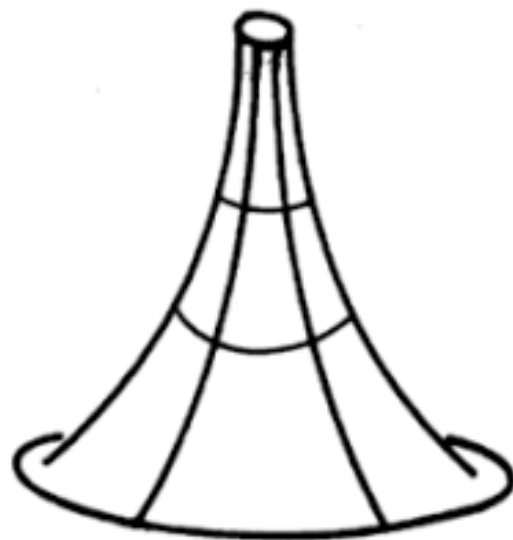
非欧几何

- 后来罗巴切夫斯基发现有一种几何满足第一到第四公设，但不满足第五公设，证明了第五公设不可能从其他公设推出。

- 曳物线



- 绕y-轴旋转得到伪球面

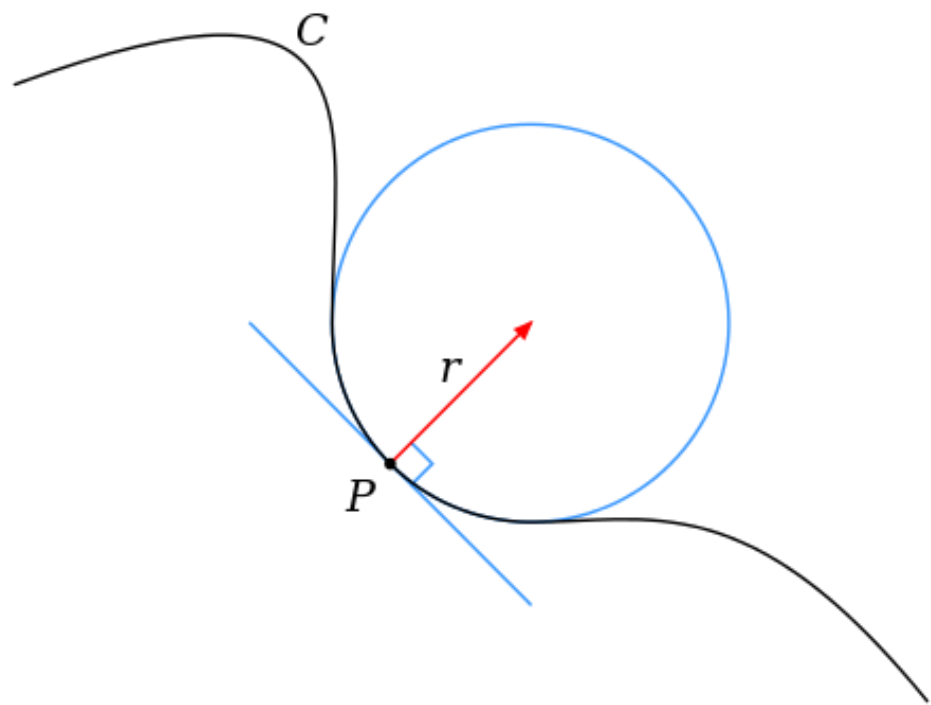


在伪球面上从一点到另一点之间有一条最短的连线。定义这样的线为“直线”。

有两条“直线”都与第三条“直线”相交，并且在同一边的内角之和小于两个直角，但这两条直线在这一边不相交。

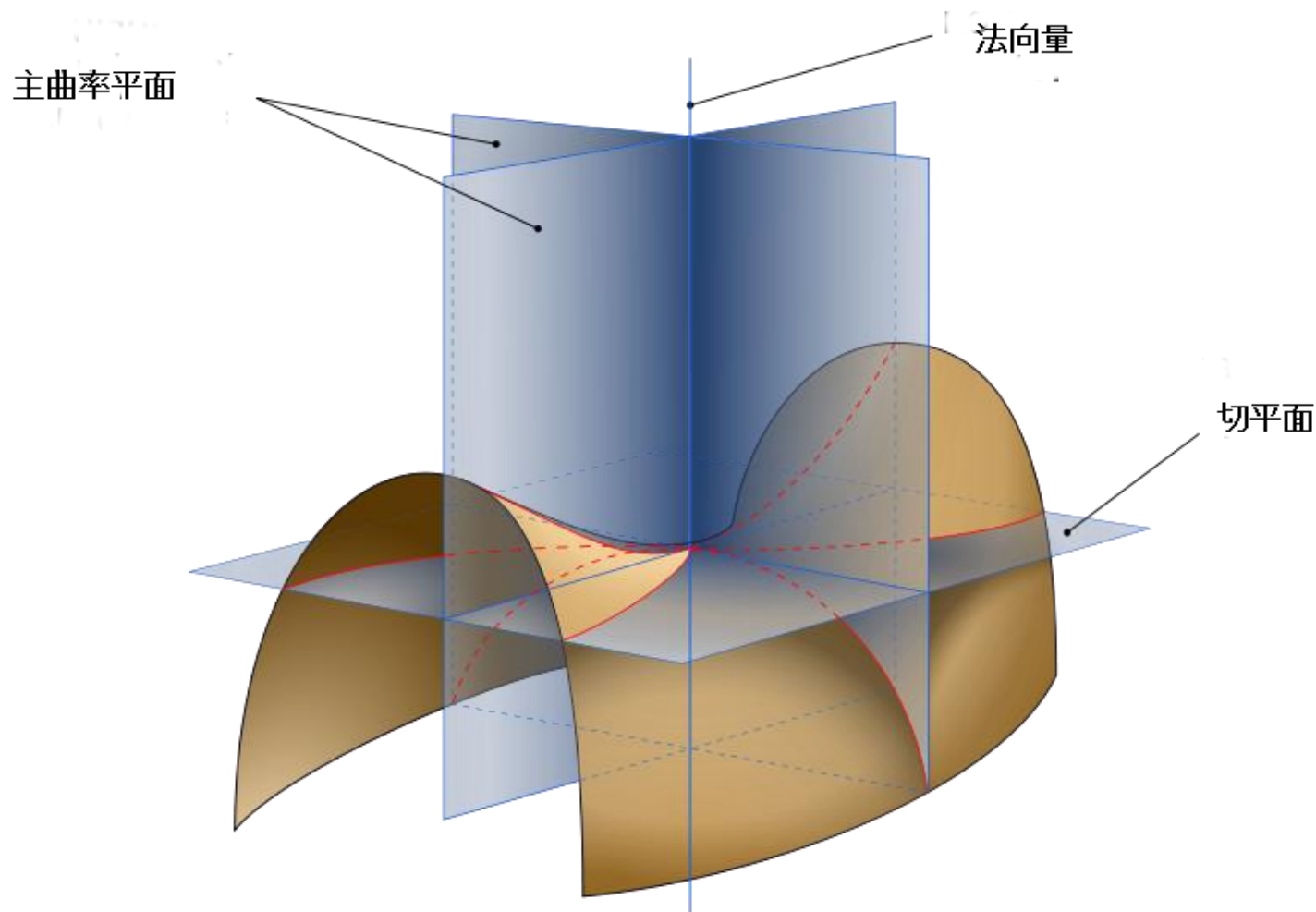
曲面的曲率

- 伪球面之所以有这样的非欧几何，是因为伪球面是弯曲的。
- 曲面弯曲程度由曲率来衡量。
- 曲线的曲率： $k=1/r$



曲面的曲率

- 曲面的高斯曲率：
 - 曲面在一点有切平面。
 - 垂直于切平面的方向叫法向。
 - 所有经过法向的平面和曲面有相交曲线。
 - 这些相交曲线有曲率。
 - 这些曲率的最大和最小值称为主曲率
 - 高斯曲率是这两个主曲率的乘积



高斯、黎曼、爱因斯坦

- 高斯发现高斯曲率可以从曲面上点之间的距离算出来，不用放到三维空间里来算。
- 于是我们可以研究不放在三维空间里的二维曲面，也一样可以计算曲率，决定其弯曲程度。
- 黎曼引进了黎曼几何，简单来说就是将二维曲面理论推广到高维。
- 爱因斯坦将黎曼几何用到四维时空，得到了广义相对论。
- 广义相对论是引力的几何理论。
- 广义相对论中没有引力，但时空是弯曲的，两个粒子沿着弯曲时空中的“直线”行走，两条“直线”有交点，于是看起来像是两个粒子相互吸引，最后碰撞。

抽象的魅力

- 从具体的曲面到不放置在三维空间中的曲面是一次抽象。
- 从二维曲面到四维时空又是一次抽象。
- 抽象的几何统一了二维曲面和四维时空。
- 每一次抽象都是一次飞跃。
- 每一次抽象我们都对数学和物理的本质有了更深入的理解。
- 这种理解所带来的快感是数学美的源泉。
- 数学的美常常不是具体的、没有看得见的形象的。
- 数学的美是抽象的、是要用思维去体验的。

抽象艺术

- 抽象并不限于数学，我们在绘画、书法、音乐中都能感受到抽象的魅力。
- 在照相技术产生之前，绘画的一个重要功能是在平面上再现我们眼睛所看到的景象。
- 这个功能本质上是一种技术，是可以科学原理训练后掌握的。但照相技术诞生之后，绘画的这个功能不是必要的了。
- 于是我们看到西方抽象绘画的诞生。
- 中国的视觉艺术则一直是抽象的。中国的书法完全是一种抽象艺术，并非客观世界具体形象的再现。
- 我们在学习书法之后，便会被书法的美深深吸引，甚至感动。
- 音乐也没有具体的形象，但音乐会给我们带来美感，甚至让我们沉浸其中不能自拔。

中国书法的抽象性

- 中国的传统思维不明确区分抽象和具体的东西，它有自己的的一套语言体系。但跳出传统常常能看得更清楚一些。
- 如果我们把所有视觉艺术放在一起做个比较，很容易发现，中国书法其实是其中最抽象的。
- 抽象派绘画虽然因为画作极为抽象而著名，但这些抽象绘画对环境的依赖非常之大。抽象主义作品更多地和建筑、室内装潢、艺术设计等等关系更为密切。
- 书法则大不相同。一幅最有生命力的作品常常是独立于周围环境的。
- 有一种欣赏和钻研书法的方式叫做“读帖”，就是把精品或者字帖细细地品味。读帖可以在任何环境下进行。

数学和书法

- 研究数学是在思考中进行，对一个数学问题要长时间的思考才能找出解决问题的方法，才会突然之间灵感降临。
- 找到解决方法之后还需找到表述方式，只有在用自己满意的表述方式写出问题的解，才会有强烈的美感。
- 在我的体验中，书法也有类似的过程。
- 读帖是中国书法特有的一种欣赏方式，回味无穷。数学则需要读他人文章，好的文章同样回味无穷。
- 有时创作书法作品遇到瓶颈，达不到自己想要的效果。这时静下心来长时间思考，慢慢找到途径，也会突然有所感悟，下笔便会自然流露。
- 这些应该都是最抽象的艺术的特征，也是抽象的魅力的最好体现。

音乐、数学、书法

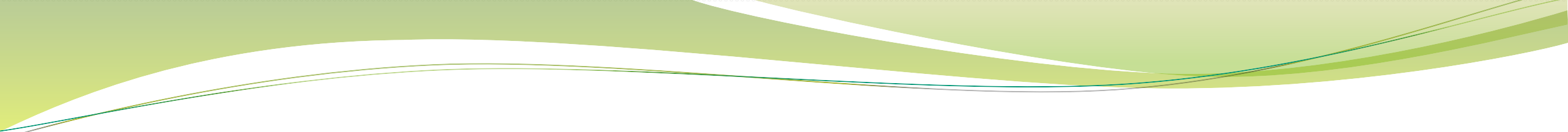
- 音乐，尤其是古典音乐，和数学以及书法有很多相似和相关之处。
- 古典音乐需要安静地欣赏，需要集中注意力分辨和感受极为细腻的音色、多变起伏的旋律、带动情绪的节奏以及指挥和演奏家对曲子的解释。
- 古典音乐这种需要高度集中注意力才能真正进入的特点和数学需要长时间思考的特点极为相似，这或许能解释为什么很多一流数学家在音乐上有极高的造诣，甚至年轻时面临选择数学还是音乐的难题。
- 音乐是时间的艺术，是靠时间的流动来展示的。
- 时间是一维的。
- 书法虽然是视觉艺术，书写却和音乐一样是随着时间流动来完成的。我们欣赏书法，常常是在再现书法家书写的过程，和听众欣赏音乐的过程有许多相似之处。

小结

- 艺术是一种创造美、表达我们的想象、感情和思想的人类活动。
- 艺术并非自然界的忠实记录。
- 自然科学是描述自然现象的理论。
- 数学是科学，但不是自然科学。
- 数学也可以用来创造一种艺术。
- 数学作为一种艺术是抽象的。
- 中国的书法是最抽象的艺术之一。
- 音乐（尤其是古典音乐）也是一种抽象的艺术。
- 数学、书法、音乐作为抽象的艺术有极为相似的地方，有深刻的联系。

书法的发展方向

- 通过前面的比较，我们可以来看一下前面关于古典书法传统是否能继续存在甚至发扬光大的问题。下面的每一项，在数学中都有对应。
- 今后的书法不必建立在大规模普及的基础上。
- 书法不需要完全依赖于展览、评奖等等来展现内在的价值。
- 书法家甚至书法爱好者都首先需要扎实的基本训练。
- 在扎实的基础和深厚的文化修养之上，书法家将创造出极具个性，但又需要反复研读才能领悟的风格。
- 书法的传播可以通过实体作品的欣赏，也可通过网络作品的观摩。而书法的展览也是对已经有一定基础的人们才更有意义。
- 和评奖相比，书法家和书法爱好者的组织所开展的各种活动更有意义。
- 有一批书法爱好者，他们不需要成为书法家，但也需要有一定的基本训练、熏陶和修养，从而能欣赏各种书法作品，辨别不同书法家的风格，从书法作品中去体验书法家要表现的个性、感情和思想。



谢谢大家！