Rouchon Pierre

Né le 6 octobre 1960 à Saint-Etienne, Loire.

Domicile : 17, rue des Longs Réages, 92190 Meudon.

Marié, deux enfants.

Situation actuelle

Directeur du Centre Automatique et Systèmes, École des Mines de Paris (depuis 1997).

Ingénieur en Chef des Mines.

Professeur chargé de cours, École Polytechnique, Mathématiques Appliquées (depuis 1993).

Conseiller scientifique : Institut Français du Pétrole, Total-Fina-Elf.

Formation

Septembre 2000 : habilitation à diriger des recherches, spécialité mathématiques, Université Paris-Sud (qualification 2001 en Mathématiques et Mathématiques Appliquées)

Avril 1991 – mars 1992 : post-doc à l'ONERA (stabilité lagrangienne des écoulements, modèles de turbulence).

Septembre 1986 – mars 1990 : doctorat en Génie de Procédés à l'École des Mines de Paris (simulation dynamique, commande non linéaire de colonnes à distiller).

Septembre 1983 – août 1986 : ingénieur-élève à l'École des Mines de Paris.
déc.83 – nov.84 : stage ingénieur en contrôle de procédés, raffinerie ELF de Grandpuits.
déc.84 – sept.85 : D.E.A. de génie chimique.

Septembre 1980 – août 1983 : élève à l'École Polytechnique.

Septembre 1978 – juin 1980 : classes préparatoires, lycée Claude Fauriel, Saint-Etienne.

Juin 1978 : baccalauréat C.

Encadrement de Thèses

Co-encadrement de thèses de l'Ecole des Mines de Paris (Automatique et Mathématiques Appliquées) : Yann Creff (1991) , Christian Albaret (1991), Pascal Duchêne (1992).

Encadrement de thèses de l'Ecole des Mines de Paris (Automatique et Mathématiques Appliquées) : Denis Guillaume (1998), Nicolas Petit (1999), Louiza Achour (2001), Emmanuel DURET (soutenance en 2002), Nasradine Aghannan (soutenance en 2003), Jean-François Beaudoin (soutenance en 2004).

Enseignement

De 1990 à 1994 : Enseignement spécialisé à l'Ecole des Mines de Paris sur les systèmes dynamiques (50 étudiants par an)

Depuis 1992 : encadrement chaque année de un à trois étudiants en stage de fin d'étude venant de l'Ecole Polytechnique ou de l'Ecole des Mines de Paris.

Depuis 1993 : petites classes du cours "Méthodes mathématiques pour les sciences de l'ingénieur" de l'Ecole Polytechnique (optimisation, analyse numérique, commande optimale).

Depuis 1995 : cours de commande non linéaire dans l'option Automatique de l'Ecole des Mines de Paris avec travaux pratiques sur le robot $2k\pi$ et visite d'installations industrielles (10 étudiants par an).

Depuis 1996 : cours de majeure Mathématiques Appliquées, Ecole Polytechnique, sur l'analyse et la commande des systèmes dynamiques (60 étudiants par an).

Vulgarisation

Octobre 1998 : Ecole des Mines de Paris, maquette pédagogique du robot jongleur $2k\pi$, contrôle non-linéaire, planification et suivi de trajectoires.

Juin 1999 : cours sur les systèmes différentiellement plats aux journées X-UPS.

Décembre 2000 : Musée des Sciences et de l'Industrie de la Villette, section Mathématiques ; remise à jour du stand sur le double pendule inversé avec un nouvel algorithme de contrôle fondé sur la notion de sortie plate et une vidéo explicative.

Applications industrielles

ELF de 1988 à 1991, dans la cadre de ma thèse en génie des procédés sur le contrôle des colonnes à distiller. De cette collaboration est né un programme de commande temps-réel COLBIN. Il s'agit de l'une des premières applications de techniques non linéaires fondées sur le rejet de perturbation avec stabilité. Ce programme COLBIN fonctionne actuellement sur une vingtaine d'installations et chaque année une ou deux nouvelles unités du groupe Total-Fina-ELF en sont équipées.

Schneider-Electric depuis 1997 sur la commande non linéaire des machines asynchrones. De cette collaboration est né un algorithme AVC qui équipe depuis mars 2000 les nouvelles générations de variateurs (ATV58-F) (environ 4000 variateurs vendus en un an). Cet algorithme s'appuie notamment sur la théorie des perturbations (moyennisation), l'invariance du système par rotation et la platitude.

ELF de 1995 à 1999 dans le cadre de la thèse de mon ancien étudiant Nicolas Petit. Cette collaboration a donné lieu à trois mises en oeuvre sur site :

1. Raffinerie de Feyzin (1996) : commande en temps minimum sous contrainte d'état d'un procédé d'alkylation modélisé par une EDO linéaire à retard, gain de productivité de 5%.
2. Appryl à Lavera (1999) : observateur non-linéaire et commande par platitude d'un réacteur de polypropylène modélisé par une EDO non-linéaire à retard ; gain de production de 7%.
3. Atofina à Carling (1999) : conception et installation d'un dispositif de contrôle avancé sur un réacteur tubulaire décrit par une EDP (convection, réaction chimique non linéaire) ; le gain de production est de plus de 10%.

Total-Fina-Elf depuis 2001 dans le cadre de la thèse de mon étudiant Nasradine Aghannan sur les capteurs logiciels et le contrôle de réacteurs exothermiques : trois mises en oeuvres sont prévues, deux sur des procédés continus et une sur un procédé discontinu (réacteur batch).

Travaux Scientifiques

Modélisation, simulation et contrôle de procédés chimiques

Les premiers travaux [1, 3] portent sur l'intégration numérique des équations de la chromatographie, des hyperboliques non linéaires, avec la mise au point d'un schéma de Godunov. Ce schéma a été complété par la suite en ajustant la diffusion numérique à la diffusion réelle. Il est maintenant couramment utilisé. Cette méthode de résolution numérique est connue sous le nom de méthode RGS.

Des travaux [2, 5, 9, 11, 77] est issu un algorithme de commande non linéaire fondé sur des techniques de rejet de perturbations appliquées à un modèle lent du procédé. Cet algorithme du nom de COLBIN est actuellement utilisé chez Total-Fina-Elf sur une vingtaine d'installations.

L'article [30] est relatif à la dynamique du flash. Le flash correspond à l'étape élémentaire de séparation physique. Une colonne à distiller est une cascade de flash à contre-courant. Ce papier est un premier pas dans l'étude générale de la dynamique d'unités de séparation. Nous montrons que la dynamique du flash dérive d'un potentiel, la production d'entropie. Ainsi, la stabilité dynamique est équivalente à la stabilité thermodynamique des équilibres entre phase. La difficulté principale pour montrer ce résultat vient du fait que le modèle dont nous disposons est sous forme algébro-différentielle. Les équations algébriques correspondent principalement aux équilibres entre phases. Elles définissent ainsi une variété riemannienne de courbure non nulle (sa métrique est issue du potentiel thermodynamique définissant les équilibres thermodynamiques). Les équations différentielles correspondent alors aux bilans matières et énergie. Nous montrons qu'elles définissent un champ de vecteurs sur la sous-variété issue de la partie algébrique. Ce champ de vecteurs est un champ de gradient, le potentiel étant la production d'entropie. Ce résultat a des connections fortes avec les travaux de Prigogine sur la thermodynamique des phénomène irréversibles.

Le papier [42] porte sur la réduction de modèle. Nous reprenons la définition, intrinsèque et due à Fénichel, d'un système lent/rapide décrit par une équation différentielle ordinaire.

Nous montrons par application des méthodes de variété centre comment calculer directement le modèle réduit à partir des équations et des variables de modélisation. On évite ainsi le changement de variables qui met le système sous la forme normale de Tikhonov, forme pour laquelle la réduction consiste à mettre à zéro la dérivée des variables rapides. Nous montrons l'intérêt d'une telle méthode pour réduire un schéma cinétique de combustion avec 13 espèces et 67 réactions. Dans une publication en cours, ce résultat est repris, de façon formelle, pour certains systèmes gouvernés par des équations aux dérivées partielles de réaction-diffusion où la diffusion est supposée lente. Il est alors intéressant de noter que la structure lent/rapide des réactions chimiques peut introduire sur le système lent des phénomènes d'anti-diffusion.

Dynamique des fluides parfaits

Dans [12, 10, 18], nous prolongeons certains travaux d'Arnold. Le premier résultat, porte sur un critère de stabilité relatif aux solutions stationnaires des équations d'Euler d'un fluide parfait incompressible. Avec ce critère il est possible de montrer rigoureusement la stabilité de certains écoulements stationnaires bi-dimensionnels. Nous montrons que pour tout écoulement stationnaire ce critère suffisant n'est jamais vérifié dans le cas tri-dimensionnel. Le second résultat traite encore de la stabilité mais d'un point de vue lagrangien. Dans une annexe de son livre sur les méthodes mathématiques de la mécanique classique, Arnold rappelle que les équations d'Euler d'un fluide parfait et celles d'un solide tournant autour d'un point fixe correspondent dans les deux cas à celles des géodésiques sur un groupe de Lie avec une métrique invariant à gauche. Le passage du fluide parfait au corps solide correspond formellement à un changement de groupe (passage de $SO(3)$ au groupe des difféomorphismes qui préservent le volume). Il est classique d'étudier la stabilité du flot des géodésiques à partir de l'équation de Jacobi (la seconde variation) et du signe de la courbure sectionnelle $K(v, \xi)$ où v correspond à la géodésique nominale et ξ l'écart avec une géodésique voisine. Une courbure sectionnelle négative est une indication forte d'instabilité. Nous avons montré que, pour toute solution régulière des équations d'Euler en dimension 3, la courbure sectionnelle est bornée inférieurement ($\inf_{\|\xi\|=1} K(v, \xi) > -\infty$), que la borne inférieure est nulle pour le tourbillon parfait et strictement négative sinon. Les estimations que nous donnons de cette borne inférieure, formellement reliée aux échelles de temps de divergence, font apparaître la partie symétrique du tenseur des déformations,

$$D_x v + (D_x v)^*$$

où $x \mapsto v(x, t)$ est le champ des vitesses à la l'instant t et * signifie transpose. Ainsi notre estimation des échelles de temps de divergence s'apparente à celle de Kolmogorov d'un écoulement turbulent.

Systèmes différentiellement plats

Une partie importante de mes travaux concernent l'automatique. Il s'agit des systèmes plats que Michel Fliess, Jean Lévine, Philippe Martin et moi-même avons mis en évidence. Pour cette classe de systèmes, gouvernés par des équations différentielles ordinaires, la planification et le suivi de trajectoires, deux questions de base de l'automatique, admettent une réponse simple et explicite.

La mise en évidence des systèmes plats repose sur un point de vue particulier. Les équations d'état $\dot{x} = f(x, u)$ sont vues comme un système sous-déterminé d'équations différentielles. Les variables (x, u) sont soumises aux contraintes $\dot{x} - f(x, u) = 0$. D'une certaine façon, les systèmes plats sont aux systèmes différentielles sous-déterminés ce que les systèmes intégrables sont aux systèmes dynamiques déterminés $\dot{x} = v(x)$. En effet, les systèmes plats forment une classe pour lesquels nous disposons d'une paramétrisation explicite de toutes les solutions. Par explicite, nous signifions ici sans intégration, uniquement à partir d'opérations de nature statique (combinaison algébrique, ...) et d'un nombre fini de dérivations en temps. C'est grâce à cette paramétrisation que la planification (trouver $t \mapsto u(t)$ qui amène le système d'un état à un autre) et la stabilisation par feedback autour d'une trajectoire peuvent être résolues explicitement.

Commençons par un petit exemple que j'ai transmis à François Ollivier et qui est à l'origine d'une réponse négative au problème de Noether différentiel. La solution générale du système différentiel sous-déterminé

$$\dot{x}_3 = \dot{x}_1 \dot{x}_2$$

dépend de deux fonctions arbitraires. Cependant elle s'exprime sans intégration uniquement à partir de deux fonctions arbitraires $t \mapsto (y_1, y_2)$ et de leur dérivées en temps :

$$x_1 = y_1, \quad x_2 = -\dot{y}_2/\ddot{y}_1, \quad x_3 = y_2 + \dot{y}_1\dot{y}_2/\ddot{y}_1.$$

Il est aussi facile de voir que

$$y_1 = x_1, \quad y_2 = x_3 - \dot{x}_1 x_2.$$

Aussi le changement de variables

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \mapsto \begin{bmatrix} y_1 = x_1 \\ y_2 = x_3 - \dot{x}_1 x_2 \\ y_3 = \dot{x}_3 - \dot{x}_1 \dot{x}_2 \end{bmatrix}$$

d'inverse

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} \mapsto \begin{bmatrix} x_1 = y_1 \\ x_2 = (y_3 - \dot{y}_2)/\ddot{y}_1 \\ x_3 = y_2 + \dot{y}_1(y_3 - \dot{y}_2)/\ddot{y}_1 \end{bmatrix}$$

transforme l'équation $\dot{x}_3 - \dot{x}_1\dot{x}_2 = 0$ en $y_3 = 0$. On dit que le système est plat. Les quantités libres de toutes contraintes y_1 et y_2 sont dites les sorties plates. Il est clair que x_1 et x_2 jouent ici le même rôle. Aussi les sorties plates ne sont pas uniques ; on peut prendre aussi le couple $(x_2, x_3 - \dot{x}_2 x_1)$.

Ce petit exemple permet de se faire une idée des questions soulevées par la platitude et la notion d'équivalence qui la sous-tend. Sur l'exemple ci-dessus la transformation en x qu'il est nécessaire d'utiliser est visiblement plus générale qu'une transformation ponctuelle (un changement de coordonnées dans l'espace des x). Ce n'est pas non plus une transformation de contact. Il s'agit d'une classe de transformations qui a été pour la première fois mise en évidence par Hilbert dans un papier de 1912 sur les équations de Monge et leur résolution sans intégration. Hilbert y considère l'équation de Monge du second ordre

$$\frac{d^2y}{d^2x} = F\left(x, y, z, \frac{dy}{dx}, \frac{dz}{dx}\right),$$

un système différentiel sous-déterminé (une équation différentielle ordinaire en x reliant deux fonctions de x, $y(x)$ et $z(x)$). Il se pose alors la question de savoir si, comme pour l'équation de Monge du premier ordre, sa solution générale s'exprime sans intégrale. Hilbert montre aussi que cette question est liée à la classification des systèmes différentiels sous-déterminés via un groupe de transformations, dites inversibles et sans intégrale. Hilbert propose une analogie suggestive avec les transformations birationnelles et la classification des variétés algébriques.

Définitions, équivalence et exemples

Les travaux [13, 14, 21, 35] correspondent à un travail en collaboration avec M. Fliess, J. Lévine et Ph. Martin où la platitude est définie dans le cadre de l'algèbre différentielle. Un système est alors vu comme une extension différentielle de degré fini de transcendance différentielle. Le degré de transcendance différentielle correspond alors au degré de sous-détermination, i.e., au nombre de commandes indépendantes. Un système est alors plat s'il est une extension différentielle transcendante pure. Les générateurs d'une telle extension forment alors la sortie plate. L'avantage d'une telle approche est sa capacité à traiter les systèmes mixtes, d'équations différentielles et d'équations algébriques, ainsi que les systèmes différentiels implicites. Ce travail se termine par quelques exemples concrets. En particulier, une réponse très simple au problème de la planification de trajectoires pour les robots mobiles avec remorques est proposée. Enfin, nous traitons deux exemples de systèmes non plats avec une commande haute fréquence. Le système moyen étant alors plat, on en déduit une méthode approximative de planification et de suivi de trajectoires.

Les travaux [22, 73] correspond également à un travail en collaboration avec M. Fliess, J. Lévine et Ph. Martin. Il s'agit d'une définition dans le cadre C^∞ des systèmes plats en s'appuyant sur la notion de diffiété due à Vinogradov. Dans ce papier le système $\dot{x} = f(x, u)$ est vu comme un champ de vecteurs, noté d/dt, sur la variété de dimension infinie de coordonnées locales $(x, u, u^{(1)}, u^{(2)}, \ldots, u^{(k)}, \ldots)$, l'état et toutes les dérivées de la commande :

$$d/dt = \sum_{i=1}^{n} f_i(x, u) \frac{\partial}{\partial x_i} + \sum_{k \geq 0} u^{(k+1)} \frac{\partial}{\partial u^{(k)}}.$$

Deux systèmes sont alors équivalents s'ils correspondent au même champ de vecteurs dans deux jeux de coordonnées locales différentes. Une telle équivalence ne préserve pas l'état du système. Elle est plus générale que l'équivalence par bouclages statiques réguliers et changement de coordonnées sur l'état. Son intérêt réside alors dans une interprétation en termes de bouclages dynamiques. Les systèmes plats sont ainsi les systèmes équivalents aux systèmes triviaux définis sur la variété de coordonnées $(y, y^{(1)}, y^{(2)}, \ldots, y^{(k)}, \ldots)$ et de champ de vecteurs

$$d/dt = \sum_{k \geq 0} y^{(k+1)} \frac{\partial}{\partial y^{(k)}}$$

y étant alors la sortie plate.

La communication [68] traite d'une application en robotique de la platitude. Il s'agit du robot équilibriste $2k\pi$ qui se trouve au centre automatique et systèmes de l'école des mines de Paris. C'est un système mécanique à 5 degrés de liberté et seulement 3 commandes. Sur cet exemple les méthodes de planification et de suivi de trajectoires décrites dans [35, 73] sont utilisées pour retourner un pendule sphérique de sa position stable à sa position instable et l'y stabiliser. Pour traiter cet exemple, il nous a fallu de plus adapter ces méthodes (bouclage préservant l'invariance Galiléenne et changement d'échelle de temps) pour traverser la singularité intrinsèque à tout mouvement retournant le pendule.

Caractérisation

Pour les systèmes à une commande la caractérisation est une question résolue. En revanche, avec plusieurs commandes, le problème reste très largement ouvert. Historiquement, Èlie Cartan reprend la question posée par Hilbert et montre comment des calculs sur les systèmes de Pfaff (le drapeau) permettent de caractériser les équations de Monge du second ordre qui admettent une solution générale sans intégrale. Les résultats d'Élie Cartan sont complets pour les systèmes de Pfaff de codimension 2, c'est à dire les systèmes différentiels sous-déterminés de codimension 1, i.e., ne faisant intervenir qu'une seule fonction arbitraire. Élie Cartan suggère aussi la notion d'équivalence absolue mais ne la définit pas avec précision. Il note que pour les systèmes de Pfaff de codimension supérieure à 2 (faisant intervenir au moins 2 commandes) la question se complique notablement.

L'article [32] traite essentiellement des systèmes sans dérive à deux commandes. Le principal résultat est alors une condition nécessaire et suffisante de linéarisation par bouclage dynamique général (endogène, exogène et même singulier) calculable en termes de crochets de Lie : le système

$$\dot{x} = f_1(x)u_1 + f_2(x)u_2$$

est plat si, et seulement si, le rang générique de E_k est égale à $k+2$ pour $k = 0, \ldots, n-2$ où $E_0 := \{f_1, f_2\}$, $E_{k+1} := \{E_k, [E_k, E_k]\}$, $k \geq 0$. Cette condition nécessaire et suffisante est établie en utilisant le système de Pfaff associé à tout système linéaire en commande. Il s'agit du module des 1-formes différentielles ω telles que $< \omega, f_i >= 0$, $i = 1, 2$. Pour la démonstration nous avons repris celle de Cartan. Remarquons que cette condition est constructive. Elle montre pour cette classe de systèmes à deux commandes que la linéarisation par bouclage dynamique implique la linéarisation par bouclage dynamique endogène, i.e., la platitude. Elle fournit un moyen de calculer les sorties plates. En effet l'orthogonal de la distribution de rang $n-1$, E_{n-3}, est engendré par une forme différentielle η de la forme $dy_1 - y_3 dy_2$ où les y_i sont des fonctions de x. La sortie plate est alors (y_1, y_2). Cela nous a permis de calculer explicitement à partir d'intégrale elliptique la sortie plate pour la voiture avec une remorque à attache déportée (voir [29]).

L'article [39] porte également sur les systèmes linéaires en commande. Dans ce papier en commun avec Ph. Martin, nous démontrons que tout système sans dérives à 5 états et 3 commandes est plat dès qu'il est commandable. Ici encore nous utilisons l'approche duale des formes différentielles. Tout système de Pfaff à 5 variables et 2 équations totalement non holonome est engendré dans des coordonnées adaptées $(x_1, \ldots, x_5)$ par les deux formes suivantes ($a(x)$ est une fonction régulière de x)

$$dx_1 - a(x)\, dx_3 - x_5\, dx_4 \quad \text{et} \quad dx_2 - x_3 dx_4.$$

La sortie plate est alors formé par le triplé (x_1, x_2, x_4). Ainsi les courbes intégrales de tels systèmes de Pfaff admettent une paramétrisation explicite à l'aide de deux fonctions arbitraires d'une variable et de leur dérivées jusqu'à l'ordre 2. Il semble que ce résultat n'ait pas été noté par Cartan dans son fameux papier sur les systèmes de Pfaff à 5 variables. Comme le montre [40], ce résultat s'étend aux systèmes sans dérive à n états et $n-2$ commandes : ils sont plats dès qu'ils sont commandables.

Enfin l'article [41] porte sur une condition nécessaire de platitude (et plus généralement de linéarisation par bouclage dynamique), le critère des variétés réglées. Ce critère est, à notre connaissance, la seule façon un peu générale pour démontrer qu'un système avec dérive et au moins deux commandes n'est pas plat. Le critère est le suivant. Si le système $\dot{x} = f(x,u)$ est plat alors, dans l'espace des $(x,\dot{x})$, la sous-variété d'équation $F(x,\dot{x}) = 0$ où F est obtenue en éliminant u de $\dot{x} = f(x,u)$, est une sous-variété réglée en $\dot{x}$. Cela veut dire que pour tout $(x,\dot{x})$ tel que $F(x,\dot{x}) = 0$, il existe un vecteur a non nul tel que, pour tout $\lambda \in \mathbb{R}$, $F(x,\dot{x}+\lambda a) = 0$. Il est alors clair que la platitude n'est pas une propriété générique. La démonstration de ce résultat s'inspire directement de la méthode utilisée par Hilbert pour montrer que la solution générale de l'équation de Monge du second ordre $\frac{d^2z}{dx^2} = \left(\frac{dy}{dx}\right)^2$ n'admet pas de paramétrisation sans intégrale.

Dimension infinie

Les travaux les plus récents portent sur les systèmes de dimension infinie et gouvernés par des équations aux dérivées partielles. Il est apparu que la notion de platitude et la paramétrisation explicite des trajectoires qu'elle implique, peuvent être étendues à certains systèmes gouvernés par des équations aux dérivées partielles.

Sans rentrer dans la formalisation avec la théorie des modules et la recherche de base adaptée, l'article [82] résume le problème de la paramétrisation explicite des trajectoires pour un système aux dérivées partielles avec contrôle frontière comme suit. Soit un champ $\Omega \ni x \mapsto X(x,t) \in \mathbb{R}^q$, défini sur un ouvert régulier Ω de $\mathbb{R}^n$ et solution d'une équation linéaire aux dérivées partielles. Les variables indépendantes sont alors $(x,t) \in \Omega \times \mathbb{R}$. Le champ X vérifie des conditions aux limites sur la frontière $\Gamma = \partial\Omega$ où la commande $u(t) \in \mathbb{R}^m$ intervient. Notons symboliquement $P(X) = 0$ l'équation aux dérivées partielles sur Ω et $L(X,u) = 0$ les conditions aux limites sur Γ. La paramétrisation explicite se traduit ainsi : trouver une famille d'opérateurs à support compact $\mathcal{A}_x$, $x \in \Omega$, et un opérateur $\mathcal{B}$ qui admettent un domaine commun de définition $\mathcal{D}$ suffisamment riche de fonctions $t \mapsto y(t) \in \mathbb{R}^m$, (densité, fonctions à support compact non nulles, stable par addition et multiplication, ...) avec la propriété suivante : si

$$X(x,t) = \mathcal{A}_x y|_t \quad u(t) = \mathcal{B} y|_t$$

avec $t \mapsto y(t) \in \mathbb{R}^m$ une fonction appartenant à $\mathcal{D}$ alors X et u vérifient identiquement l'équation $P(X) = 0$ et les conditions aux limites $L(X,u) = 0$.

Pour l'équation de la chaleur

$$\begin{aligned}
\partial_t\theta(x,t) &= \partial_x^2\theta(x,t), \quad x \in [0,1]\\
\partial_x\theta(0,t) &= 0\\
\theta(1,t) &= u(t),
\end{aligned}$$

avec $\theta(x,t)$ le profil de température et $u(t)$ la commande, la paramétrisation explicite est donnée par

$$\theta(x,t) = \sum_{i=1}^{+\infty} x^{2i} \, \frac{y^{(i)}(t)}{(2i)!}$$
$$u(t) = \sum_{i=1}^{+\infty} \frac{y^{(i)}(t)}{(2i)!}.$$

La quantité y correspond alors à la température en $x = 0$. Les opérateurs $\mathcal{A}_x$ et $\mathcal{B}$ sont à support ponctuel. Le domaine de définition $\mathcal{D}$ correspond à toutes les fonctions C^∞ d'ordre Gevrey inférieur à 2. Cet ensemble est stable par addition, multiplication, dérivation, intégration et composition. Les papiers [80, 45, 64] abordent, avec des opérateurs de cette famille, l'équation de la chaleur à coefficients variables, un poutre flexible décrite par un système d'Euler-Bernouilli et un réacteur tubulaire de type convection/diffusion. Des expériences numériques indiquent que des techniques de séries divergentes pourraient être très utiles à ce niveau. Comme le montre [80], une sommation aux plus petits termes avec y d'un ordre Gevrey > 2 conduit à une commande u plus douce que celle obtenue avec un ordre Gevrey < 2.

Soit l'équation des chaînes pesantes

$$\frac{\partial^2 X}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x}\left(gx\frac{\partial X}{\partial x}\right) \quad \text{pour } x \in [0, L], \quad X(L,t) = D(t)$$

avec la commande au bord $D(t)$, le déplacement du chariot qui supporte la chaîne. Ce modèle est un modèle linéarisé autour de l'équilibre $X = D$, $X(x,t)$ étant l'abscisse à l'instant t du maillon à la coté x. La paramétrisation explicite est

$$X(x,t) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} y(t + 2\sqrt{x/g}\sin\xi)\ d\xi$$
$$D(t) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} y(t + 2\sqrt{L/g}\sin\xi)\ d\xi$$

La quantité y correspond à l'abscisse de l'extrémité libre. Ici la famille d'opérateur n'est plus à support ponctuel mais à support compact. L'article [81] traite toute une famille d'équations des ondes à une dimension d'espace où la vitesse de propagation dépend de la variable d'espace. Un autre exemple avec des retards répartis est l'équation des télégraphistes [74, 75]. Il s'agit d'une équation des ondes à vitesse de propagation constante mais avec amortissement. La référence [70] propose une paramétrisation similaire pour un système élastique avec inerties ponctuelles (système mixte d'EDO et d'EDP). Nous utilisons ici des retards et avances ponctuels. Un dernier exemple se trouve dans [83] : il s'agit du mouvement d'un liquide dans un récipient, la commande étant le mouvement du récipient. Nous traitons l'approximation linéarisée autour d'une hauteur constante des équations de Saint-Venant à une dimension d'espace et deux dimension d'espace pour des géométries rectangulaires et circulaires.

Dans [71], nous montrons sur deux exemples, l'équation de Burger et un procédé de mélange (inspiré de ceux que l'on trouve couramment dans une raffinerie) qu'il est possible de traiter avec la même "philosophie" certaines équations hyperboliques non linéaires où les vitesses de propagation dépendent de la commande.

Références

Liste de publications de Pierre Rouchon (septembre 2001)

[1] P. Rouchon, M. Schoenauer, P. Valentin, C. Vidar-Madjar, and G. Guiochon. Theory of the propagation of finite concentration bands in gas chromatography. a numerical solution of the ideal problem. *J. Phys. Chem.*, 89 :2076–2082, 1985.

[2] J. Lévine and P. Rouchon. Disturbances rejection and integral control of aggregated nonlinear distillation models. In *Proc. of the 7th Conf. on Analysis and Optimisation of Systems*. Springer, Lecture Notes in Control and Information Sciences, June 1986.

[3] P. Rouchon, M. Schoenauer, P. Valentin, and G. Guiochon. *Numerical Simulation of Band Propagation in Nonlinear Chromatography*, volume 46 of *Chromatographic Science Series*. Eli Grushka, Marcel Dekker Inc., New York, 1988.

[4] P. Rouchon. *Simulation dynamique et commande non linéaire de colonnes à distiller*. Thèse, École des Mines de Paris, March 1990.

[5] Y. Creff, J. Lévine, and P. Rouchon. Qualitative behavior of distillation columns and their control. In *Proc. of the first European Control Conference*, pages 1069–1075. Hermès, Paris, july 1991.

[6] M. Fliess, J. Lévine, and P. Rouchon. Index of a general differential-algebraic implicit system. In S. Kimura and S. Kodama, editors, *Recent Advances in Mathematical Theory of Systems, Control, Network and Signal Processing II (MTNS-91)*, pages 289–294, Kobe, Japan, 1992. Mita Press.

[7] M. Fliess, J. Lévine, and P. Rouchon. A simplified approach of crane control via a generalized state-space model. In *Proc. 30th IEEE Control Decision Conf., Brighton*, pages 736–741, 1991.

[8] M. Fliess, J. Lévine, and P. Rouchon. Index of a general linear time-varying implicit system. In *Proc. of the first European Control Conference*, pages 768–772. Hermès, Paris, 1991.

[9] J. Lévine and P. Rouchon. Quality control of binary distillation columns based on nonlinear aggregated models. *Automatica*, 27 :463–480, 1991.

[10] P. Rouchon. Dynamique des fluides parfaits, principe de moindre action, stabilité lagrangienne. Technical Report 13/3446 EN, ONERA, september 1991.

[11] P. Rouchon, Y. Creff, F. Djenab, J. Lévine, and H. Renon. Nonlinear quality control of pseudo-binary distillation columns. In K. Najim and J.P. Babary, editors, *Preprints of ADCHEM'91, IFAC Inter. Symposium*, 1991.

[12] P. Rouchon. On the Arnol'd stability criterion for steady-state flows of an ideal fluid. *European Journal of Mechanics /B Fluids*, 10 :651–661, 1991.

[13] M. Fliess, J. Lévine, Ph. Martin, and P. Rouchon. On differentially flat nonlinear systems. In *Proc. IFAC-Symposium NOLCOS'92, Bordeaux*, pages 408–412, 1992.

[14] M. Fliess, J. Lévine, Ph. Martin, and P. Rouchon. Sur les systèmes non linéaires différentiellement plats. *C.R. Acad. Sci. Paris*, I–315 :619–624, 1992.

[15] P. Rouchon. Flatness and oscillatory control : some theoretical results and case-studies. Technical Report PR412, École des Mines de Paris, Centre Automatique et Systèmes, september 1992.

[16] P. Rouchon, M. Fliess, and J. Lévine. Kronecker's canonical forms for nonlinear differential implicit systems. In *Proc. IFAC Workshop on Linear Systems, Prague*, september 1992.

[17] P. Rouchon. Remarks on some applications of nonlinear control techniques to chemical processes. In *Proc. IFAC-Symposium NOLCOS'92, Bordeaux*, pages 569–575, 1992.

[18] P. Rouchon. Jacobi equation, Riemannian curvature and the motion of a perfect incompressible fluid. *European Journal of Mechanics /B Fluids*, 11 :317–336, 1992.

[19] P. Rouchon. *Systèmes dynamiques et modélisation*. Cours d'Enseignement Spécialisé. École des Mines de Paris, 1992.

[20] J. Lévine and P. Rouchon. An invariant manifold approach for robust control design and applications. In *Proc. MTNS'93, Regensburg, Germany*, August 1993.

[21] M. Fliess, J. Lévine, Ph. Martin, and P. Rouchon. Défaut d'un système non linéaire et commande haute fréquence. *C.R. Acad. Sci. Paris*, I-316 :513–518, 1993.

[22] M. Fliess, J. Lévine, Ph. Martin, and P. Rouchon. Linéarisation par bouclage dynamique et transformations de Lie-Bäcklund. *C.R. Acad. Sci. Paris*, I-317 :981–986, 1993.

[23] M. Fliess, J. Lévine, Ph. Martin, and P. Rouchon. Differential flatness and defect : an overview. In *Workshop on Geometry in Nonlinear Control, Banach Center Publications, Warsaw*, 1993.

[24] M. Fliess, J. Lévine, Ph. Martin, and P. Rouchon. Towards a new differential geometric setting in nonlinear control. In *Proc. Internat. Geometric. Coll., Moscow*, May 1993.

[25] M. Fliess, J. Lévine, and P. Rouchon. A generalized state variable representation for a simplified crane description. *Int. J. Control*, 58 :277–283, 1993.

[26] M. Fliess, J. Lévine, and P. Rouchon. Index of an implicit time-varying differential equation : a noncommutative linear algebraic approach. *Linear Algebra and its Applications*, 186 :59–71, 1993.

[27] Ph. Martin and P. Rouchon. Systems without drift and flatness. In *Systems and Networks : Marthematical Theory and Applications*, pages 347–348. Akademie Verlag, Berlin, 1994.

[28] P. Rouchon, M. Fliess, J. Lévine, and Ph. Martin. Flatness and motion planning : the car with n-trailers. In *Proc. ECC'93, Groningen*, pages 1518–1522, 1993.

[29] P. Rouchon, M. Fliess, J. Lévine, and Ph. Martin. Flatness, motion planning and trailer systems. In *Proc. of the* 32*nd IEEE Conf. on Decision and Control*, pages 2700–2705, San Antonio, 1993.

[30] P. Rouchon and Y. Creff. Geometry of the flash dynamics. *Chemical Engineering Sciences*, 48 :3141–3147, 1993.

[31] M. Fliess, J. Lévine, Ph. Martin, and P. Rouchon. Nonlinear control and Lie-Bäcklund transformations : Towards a new differential geometric standpoint. In *Proc. 33th IEEE Control Decision Conf., Lake Buena Vista, Florida*, pages 981–986, 1994.

[32] Ph. Martin and P. Rouchon. Feedback linearization and driftless systems. *Math. Control Signal Syst.*, 7 :235–254, 1994.

[33] P. Rouchon. Flatness and robust control of pendulum mechanical systems. Technical Report 469, École des Mines de Paris, Centre Automatique et Systèmes, june 1994.

[34] M.K. Bennani and P. Rouchon. Robust stabilization of flat and chained systems. In *European Control Conference, ECC'95*, page , 1995.

[35] M. Fliess, J. Lévine, Ph. Martin, and P. Rouchon. Flatness and defect of nonlinear systems : introductory theory and examples. *Int. J. Control*, 61(6) :1327–1361, 1995.

[36] M. Fliess, J. Lévine, Ph. Martin, and P. Rouchon. Design of trajectory stabilizing feedback for driftless flat systems. In *Proc. of the 3rd European Control Conf.*, pages 1882–1887, Rome, 1995.

[37] M. Fliess, J. Lévine, Ph. Martin, F. Ollivier, and P. Rouchon. Flatness and dynamic feedback linearizability : two approaches. In *Proc. European Control Conf., Rome*, 1995.

[38] M. Fliess, H. Mounier, P. Rouchon, and J. Rudolph. Controllability and motion planning for linear delay systems with an application to a flexible rod. In *Proc. of the 34th IEEE Conf. on Decision and Control*, pages 2046–2051, New Orleans, 1995.

[39] Ph. Martin and P. Rouchon. Any (controllable) driftless system with 3 inputs and 5 states is flat. *Systems Control Letters*, 25 :167–173, 1995.

[40] Ph. Martin and P. Rouchon. Any (controllable) driftless system with m inputs and m+2 states is flat. In *Proc. of the 34th IEEE Conf. on Decision and Control*, pages 2886–2891, New Orleans, 1995.

[41] P. Rouchon. Necessary condition and genericity of dynamic feedback linearization. *J. Math. Systems Estim. Control*, 5(3) :345–358, 1995.

[42] P. Duchêne and P. Rouchon. Kinetic scheme reduction via geometric singular perturbation techniques. *Chem. Eng. Science*, 51 :4661–4672, 1996.

[43] M. Fliess, J. Lévine, Ph. Martin, and P. Rouchon. Deux applications de la géométrie locale des diffiétés. *Annales de l'Institut Henri Poincaré, Physique Théorique*, 66 :275–292, 1996.

[44] M. Fliess, J. levine, P. Martin, F. Ollivier, and P. Rouchon. Controlling nonlinear systems by flatness. In C.I. Byrnes, B.N. Datta, D.S. Gilliam, and C.F. Martin, editors, *Systems and control in the Twenty-First Century*, Progress in Systems and Control Theory. Birkhauser, 1997.

[45] M. Fliess, H. Mounier, P. Rouchon, and J. Rudolph. Systèmes linéaires sur les opérateurs de Mikusiński et commande d'une poutre flexible. In *ESAIM Proc. "Élasticité, viscolélasticité et contrôle optimal", 8ème entretiens du centre Jacques Cartier, Lyon*, pages 157–168, 1996.

[46] M. Fliess, H. Mounier, P. Rouchon, and J. Rudolph. Some example of linear systems with delays. In *Analyse et commande des systèmes à retards, G.R. Automatique, CNRS, Ecole des Mines de Nantes*, march 1996.

[47] Ph. Martin and P. Rouchon. Flatness and sampling control of induction motors. In *Proc. IFAC World Congress*, pages 389–394, San Francisco, 1996.

[48] Ph. Martin and P. Rouchon. Two remarks on induction motors. In *CESA'96 IMACS Multiconference, Symposium on Control , Optimization and Supervision*, pages 76–79, Lilles, 1996.

[49] H. Mounier, P. Rouchon and J. Rudolph. π-freeness of a long electric line. In *Proc. CESA '96 IMACS Multiconference, Lille, France*, pages 28–29, 1996.

[50] P. Rouchon. Vibrational control and flatness of chemical reactors. In *CESA'96 IMACS, Computational Engineering in Systems Applications, Lille*, pages 211–212, 1996.

[51] Y. Aoustin, M. Fliess, H. Mounier, P. Rouchon, and J. Rudolph. Theory and practice in the motion planning and control of a flexible robot arm using mikusiński operators. In *Proc. of the Fifth IFAC Symposium on Robot Control*, pages 287–293, Nantes, France, 1997.

[52] P. Rouchon. *Analyse et Commande des Systèmes Dynamiques : Commandabilité et Observabilité* Cours de Majeure : École Polytechnique, 1997.

[53] M. Fliess, J. Lévine, Ph. Martin, F. Ollivier, and P. Rouchon. A remark on nonlinear accessibility conditions and infinite prolongations. *Syst. Control Letters*, 31 :77–83, 1997.

[54] D. Guillaume, P. Rouchon, and J. Rudolph. Two simple observers for a class of polymerization reactors. In *European Control Conference, Brussels*, 1997.

[55] D. Guillaume and P. Rouchon. Mise sous forme affine implicite d'une classe de bioréacteurs. In *AGIS97, Angers*, 1998.

[56] L. Karsenti and P. Rouchon. A tracking controller-observer scheme for DC-to-DC converters. In *ECC'97*, 1997.

[57] J. Lévine, P. Rouchon, G. Yuan, C. Grebogi, B.R. Hunt, E. Kostelich, E. Ott, and J.A. Yorke. On the control of US Navy cranes. In *ECC97*, 1997.

[58] Ph Martin, R. Murray, and P. Rouchon. Flat systems. In *Proc. of the 4th European Control Conf.*, pages 211–264, Brussels, 1997. Plenary lectures and Mini-courses.

[59] N. Petit, Y. Creff, and P. Rouchon. δ-freeness of a class of linear delayed systems. In *European Control Conference, Brussels*, 1997.

[60] P. Bendotti, L. Praly, P. Rouchon, and C.M. Falinower. Constrained control for a pressurized water reactor. In *Control and Decision Conference, Tampa*, pages 4708–4713, 1998.

[61] M. Fliess, J. Lévine, Ph. Martin, and P. Rouchon. Nonlinear control and diffieties, with an application to physics. *Contemporary Mathematics*, 219 :81–92, 1998.

[62] M. Fliess, H. Mounier, P. Rouchon, and J. Rudolph. Tracking control of a vibrating string with an interior mass viewed as delay system. *ESAIM : COCV (*`www.eamth.fr/cocv`*)*, 3 :315–321, 1998.

[63] M. Fliess, H. Mounier, P. Rouchon, and J. Rudolph. Controlling the transient of a chemical reactor : a distributed parameter approach. In *CESA 98*, 1998.

[64] M. Fliess, H. Mounier, P. Rouchon, and J. Rudolph. A distributed parameter approach to the control of a tubular reactor : A multi- variable case. In *Control and Decision Conference, Tampa*, pages 439– 442, 1998.

[65] D. Guillaume and P. Rouchon. Observation and control of a simplified car. In *proceedings IFAC Motion Control, Grenoble*, 1998.

[66] D. Guillaume and P. Rouchon. Systems in implicit affine forms. In *proceedings NOLCOS*, 1998.

[67] B. Laroche, Ph. Martin, and P. Rouchon. Motion planning for a class of partial differential equations with boundary control. In *IEEE-CDC, Tampa*, pages 3494– 3497, 1998.

[68] Y. Lenoir, , Ph. Martin, and P. Rouchon. $2k\pi$, the juggling robot. In *Control and Decision Conference, Tampa*, pages 1995–2000, 1998.

[69] H. Mounier, P. Rouchon, and J. Rudolph. Some examples of linear systems with delays. *European Journal of Automation*, 31 :911–926, 1997.

[70] H. Mounier, J. Rudolph, M. Fliess, and P. Rouchon. Tracking control of a vibrating string with an interior mass viewed as delay system. *ESAIM : COCV(www.eamth.fr/cocv*, 3 :315–321, 1998.

[71] N. Petit, Y. Creff, and P. Rouchon. Motion planning for two classes of nonlinear systems with delays depending on the control. In *Control and Decision Conference, Tampa*, pages 1007– 1011, 1998.

[72] F. Dubois, N. Petit, and P. Rouchon. Motion planing and nonlinear simulations for a tank containing a fluid. In *European Control Conference, Karlsruhe*, 1999.

[73] M. Fliess, J. Lévine, Ph. Martin, and P. Rouchon. A Lie-Bäcklund approach to equivalence and flatness of nonlinear systems. *IEEE AC*, 44 :922–937, 1999.

[74] M. Fliess, Ph. Martin, N. Petit, and P. Rouchon. Commande de l'équation des télégraphistes et restauration active d'un signal. Paris, mai 1999. Colloque en l'honneur de Bernard Picinbono.

[75] M. Fliess, Ph. Martin, N. Petit, and P. Rouchon. Active signal restoration for the telegraph equation. In *CDC 99*, Phenix, december 1999.

[76] P. Rouchon and J. Rudolph. *Réacteurs chimiques différentiellement plats : planification et suivi de trajectoires*. Hermès. Chapitre III.f du livre Automatique et procédés chimiques, coordonnateur J.P. Corriou, à paraître.

[77] Y. Creff and P. Rouchon. *Colonnes à distiller*. Hermès. Chapitre IV.b du livre Automatique et procédés chimiques, coordonnateur J.P. Corriou, à paraître.

[78] P. Rouchon and J. Rudolph. *Invariant tracking and stabilization : problem formulation and examples*, pages 261–273. Lecture Notes in Control and Information Sciences 246. Springer, 1999.

[79] Ph. Martin and P. Rouchon. Systèmes plats, planification et suivi de trajectoires, Notes, Journées X-UPS, `http ://math.polytechnique.fr/xups/vol99.html`, 1999.

[80] B. Laroche, Ph. Martin and P. Rouchon. Motion planing for the heat equation. Int. Journal of Robust and Nonlinear Control, vol 10, 629–643, 2000.

[81] N. Petit and P. Rouchon. Motion planning for heavy chain systems. Siam J. of Control and Optim., Vol 41, No 2, 475–495, 2001.

[82] P. Rouchon. Motion Planning, equivalence, infinite dimensional systems Int. J. of Applied Mathematics and Computer Science, Vol 11, No 1, 2001.

[83] N. Petit and P. Rouchon. Dynamics and solutions to some control problems for water-tank systems Accepted in IEEE Auto. Control.