

let $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ $\beta = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \right\}$ find $[LA]\beta$

$LA = Ax$ $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 3 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix} = 6 \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \leftarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix} \leftarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 6 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 7 \\ 3 \end{bmatrix} = 11 \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} - 4 \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 7 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \leftarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 11 \\ 0 & 1 & -4 \end{bmatrix}$

$[LA]\beta = \begin{bmatrix} 6 & -2 \\ 11 & -4 \end{bmatrix}$

calculate $\text{Rank}(A^T)$ where $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & -3 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{2} & 1 \\ 0 & 1 & \frac{3}{2} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

$\text{Rank}(A^T) = \text{Rank}(A) = \text{col space}$
 $= \boxed{2}$