

## מכתב למערכת

פרופ. ח. חנני (טכניון)

פרופ' גיליס היקר,

בקראי את הרשימה של סרג'יו הרס ב"גליונות למחמטיקה" כרך 3, מס' 8, נזכרתי שראיתי הערכה של  $\pi$ , בפירושו של אבן עזרא והנני מעביר אותה לך כלשונה:

אבן עזרא, מתוך פרוש לספר שמות ג', ט"ו

וכאשר חובר מרובע האחד אל מרובע ראש הנפרדים יהיה המחובר הוא הדומה. ואם חשים אלכסון עגול במספרו וחוציא יחר בשלישית יהיה המשולש שהוא שווה השוקים כמספר הקו הסובב וכמהו המרובע הארוך בעגול.

הסבר

ראש הנפרדים הוא 3 ובכך הכוונה למספר 10. יהיה נחון מעגל בעל קוטר 10. בשליש הקוטר נעביר מיתר ניצב עליו ונבנה על המיתר משולש שווה שוקים שגובהו החלק הגדול של הקוטר. השטח של המשולש (שהוא גם שטחו של המלבן, שגובהו-גובה המשולש ובסיסו חצי המיתר שעליו בנוי המשולש) שווה להיקף המעגל.

לפי זה

$$\frac{20}{3} \cdot \frac{10}{3} \sqrt{2} = 10\pi$$

$$\pi = 3 \cdot 1427$$

בברכה  
חיים חנני

הודעה לקוראים

מפנים את חשומת לב הקוראים לשנוי במספר חשבוננו בבנק הדואר. המספר החדש הוא 4-23357, והמנויים המשלמים את חשבונותיהם דרך בנק זה יקלו על עצמם ועלינו אם יפידו להשחמש במספר הנכון. תודה.

## משואות פונקציונליות

1. מ ב ר א

במשואה רגילה ניתוח אינפורמציה בנוגע לאיזו פונקציה  $f(x)$  ועלינו לקבוע מה הם הערכים של המשחנה  $x$  אשר עבורם האינפורמציה

נכונה. למשל אם  $f(x)$  הוא הפונקציה  $x^2+4$  והאינפורמציה היא  $f(x)=13$  נוכל בנקל לקבוע כי האינפורמציה נכונה אך ורק כ- $x=\pm 3$ , במילים אחרות אלה הם שרשי המשואה  $f(x)=13$ . מובן כי

לא כל המקרים הם כה פשוטים. אם נתבקש לקבוע את  $x$  כך ש- $2^x=0$  נצטרך להודות כי הדבר בלתי אפשרי, כי אין  $x$  כזה. מאידך קיימים

מקרים שישנם פתרונות אבל לא דוקא ממשיים, לדוגמא  $x^2+2x+10=0$  אשר שרשיו הפורמליים הם  $-1 \pm 3\sqrt{-1}$ .

אבל במאמר זה נדון בסוג אחר של משואה. כאן נותנים לנו אינפורמציה אודות פונקציה בלתי ידועה,  $f(x)$ . וקובעים כי האינפורמציה נכונה לגבי כל  $x$ , או לפעמים לגבי כל  $x$  בחסום מסוים, והבעיה היא לקבוע את עצם צורת הפונקציה  $f(x)$ . למשל אם ניתן כי הפונקציה  $f(x)$  מקיימת

$$(1) \quad f(s) + f(t) = f(s+t)$$

עבור כל  $s$  ו- $t$ . מה נוכל להסיק אודות צורתו של  $f(x)$ ? למעשה אין תיאוריה כללית להתקף בעיות מסוג זה וכל משואה פונקציונלית כזאת זקוקה לספול אינדיבידואלי, אבל להלן נדגים כמה משואות ונראה דרכים לפתירתן.

$$2. \quad \underline{f(s)+f(t)=f(s+t)} \quad \text{המשואה}$$

אם ניקח את המשואה ונציב  $t=0$  נראה כי, עבור כל  $s$ .

$$(2) \quad f(s) + f(0) = f(s)$$

ולכן  $f(0)=0$ . מאידך אנו רואים כי

$$\begin{aligned} f(r) + f(s) + f(t) &= f(r) + f(s+t) \\ &= f(r+s+t), \end{aligned}$$

וכו', ו.א. כי, עבור כל  $t_1, t_2, \dots, t_n$  קיים